

ОТКРЫТАЯ РЕГИОНАЛЬНАЯ МЕЖВУЗОВСКАЯ ОЛИМПИАДА  
ВУЗОВ ТОМСКОЙ ОБЛАСТИ «ОРМО»

019278

Шифр

ТИТУЛЬНЫЙ ЛИСТ  
заключительного этапа

1.	Предмет	МАТЕМАТИКА														
2.	Вариант	1														
3.	Класс	11А														
4.	Фамилия	Ж	Е	Т	Ы	Г	Е	Л	Д	Е	Н	О	В			
	Имя	Д	А	Н	И	Я	Р									
	Отчество	Н	У	Р	Ж	А	Н	О	В	И	Ч					
5.	Дата рождения	0	3	1	2	2	0	0	2							
		Число		Месяц		Год										
6.	Регион (пр: Томская обл., Алтайский край)	Новосибирская область														
7.	Вид муниципального образования (пр: село, город, пгт, деревня)	РАБОЧИЙ ПОСЁЛОК														
8.	Населенный пункт (пр: Томск, Кемерово, Асино)	Краснозёрское														
9.	Полное наименование образовательного учреждения, в котором Вы обучаетесь	МБОУ Краснозёрский лицей №2 им. Ф.И. Анисочкина														

Даю согласие на обработку моих персональных данных и информирование меня посредством sms и e-mail о моих результатах и всех дальнейших мероприятиях, связанных с олимпиадой

Личная подпись \_\_\_\_\_



10.	Контактный телефон	8	9	8	3	3	1	9	8	1	5	0	
11.	e-mail												
12.	Профиль в вк	<a href="https://vk.com/">https://vk.com/</a>											
13.	Документ, удостоверяющий личность	5	0	1	6	6	2	5	0	0	9		
		серия				номер							
		УФМС РФ по ЧСО в Краснозёрском р-не											
		кем и когда выдан											
		20.12.2016											
		кем и когда выдан											
14.	Из числа лиц с ограниченными возможностями по здоровью (инвалид) (да/нет)	НЕТ											
15.	Сирота (да/нет)	НЕТ											
16.	Победитель или призер олимпиады прошлого года (да/нет)	НЕТ											

Открытая региональная межвузовская олимпиада вузов Томской области (ОРМО)

Общий балл	Дата	Ф.И.О. членов жюри	Подписи членов жюри
20	18.04.20	Глебова И.В.	<i>[Signature]</i>

1.  $(x-y)^2 + (y-2\sqrt{x}+2)^2 = \frac{1}{2}$

ОДЗ:  $x \geq 0$

$\frac{1}{4} + \frac{1}{4} = \frac{1}{2}$

$\Rightarrow \begin{cases} (x-y)^2 = \frac{1}{4} \\ (y-2\sqrt{x}+2)^2 = \frac{1}{4} \end{cases}$

$\begin{cases} x-y = \frac{1}{2} \\ y-2\sqrt{x}+2 = \frac{1}{2} \\ x-y = -\frac{1}{2} \\ y-2\sqrt{x}+2 = -\frac{1}{2} \end{cases}$

$\begin{cases} y = x - \frac{1}{2} \\ x - \frac{1}{2} - 2\sqrt{x} + 2 = \frac{1}{2} \\ y = x + \frac{1}{2} \\ x + \frac{1}{2} - 2\sqrt{x} + 2 = -\frac{1}{2} \end{cases}$

$x - 2\sqrt{x} + 1 = 0$   
По теории Виета

или  $x - 2\sqrt{x} + 3 = 0$   
 $D = 4 - 12 = -8 < 0$

$\begin{cases} \sqrt{x_1} + \sqrt{x_2} = 2 \\ \sqrt{x_1} \cdot \sqrt{x_2} = 1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \sqrt{x_1} = 1 \\ \sqrt{x_2} = 1 \end{cases}$

$\Rightarrow x = 1$ , тогда  $y = 1 - \frac{1}{2}$   
 $y = \frac{1}{2}$

Ответ:  $x = 1, y = \frac{1}{2}$ .

2.	Пешком	Велосипед	Машина	Время общее	Пусть $x$ - скорость ПЕШКОМ Пусть $y$ - скорость НА ВЕЛОСИПЕДЕ Пусть $z$ - скорость на МАШИНЕ. Пусть $t$ - время в пути. сейчас
	$\frac{2}{x}$ ч	$\frac{3}{y}$ ч	$\frac{20}{z}$ ч	$1 \frac{1}{10}$ ч	
	$\frac{5}{x}$ ч	$\frac{8}{y}$ ч	$\frac{30}{z}$ ч	$2 \frac{2}{5}$ ч	
	$\frac{4}{x}$ ч	$\frac{5}{y}$ ч	$\frac{80}{z}$ ч	$t$	

$\frac{2}{x} + \frac{3}{y} + \frac{20}{z} = 1 \frac{1}{10}$

$\frac{5}{x} + \frac{8}{y} + \frac{30}{z} = 2 \frac{2}{5}$

$\frac{4}{x} + \frac{5}{y} + \frac{80}{z} = t$

сост. линейную зав.

*[Red mark]*

·K

·L

·P

$2K + 5L = 4P$

$3K + 8L = 5P$

$2K + 3L = 8P$

$2L = -4P$

$L = -2P$

Представим

$$\begin{cases} 3k - 16p = 5p \\ 2k - 6p = 8p \end{cases} \quad \left| \begin{array}{l} k = 7p \\ k = 7p \end{array} \right.$$

Пусть  $p=1$ , тогда  $k=7$  и  $L=-2 \Rightarrow L = 7 \cdot \frac{11}{10} - 2 \cdot \frac{12}{5} = \frac{77}{10} - \frac{48}{10} = 2 \frac{9}{10}$   
 $= 2 \frac{9}{10} = 2,54$  мм  
 Ответ:  $2,54$  мм. ✓

3.  $2019 \cdot \sqrt[3]{3,5x - 2,5} + 2018 \cdot \log_2(3x - 1) = 2020 - m$

Пусть  $(2020 - m) = a$  — функция, которая равна  $a$

$$2020 - m = a$$

$$m = 2020 - a$$

Получим ф-цию

$$x \in [1; 3]$$

$$a = 2019 \sqrt[3]{3,5x - 2,5} + 2018 \cdot \log_2(3x - 1)$$

Проверим на монотонность

$$f'(x) = 2019 \cdot \frac{1}{3} \left( \frac{7x}{2} - \frac{5}{2} \right)^{-\frac{2}{3}} \cdot \frac{7}{2} + \frac{2018 \ln(3x-1) \cdot 3}{\ln 2} > 0, \text{ т.к.}$$

$$\left( \frac{7x}{2} - \frac{5}{2} \right)^{-\frac{2}{3}} > 0 \quad \text{и} \quad \ln(3x-1) > 0 \quad ; \text{ значит ф-ция возрастает}$$

$$F(1) = 2019 + 2018 = 4037$$

$$F(3) = 2019 \cdot 2 + 2018 \cdot 3 = 10092$$

$$m_1 = 2020 - 4037 = -2017$$

$$m_2 = 2020 - 10092 = -8072$$

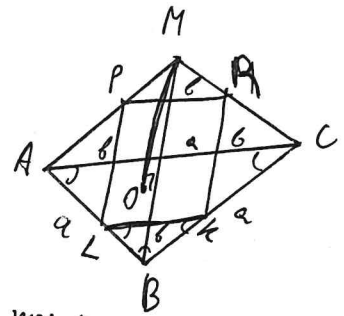
Ответ:  $m \in [-8072; -2017]$ .

4.  $\left. \begin{array}{l} a < 1 \\ b < 1 \\ c < 1 \\ a+b+c \geq \frac{1}{2} \end{array} \right\} \Rightarrow (1-a)(1-b)(1-c) \leq \frac{125}{216} \Rightarrow (1-a)(1-b)(1-c) \leq \frac{5}{6} \cdot \frac{5}{6} \cdot \frac{5}{6} \Rightarrow \begin{cases} 1-a \leq \frac{5}{6} \\ 1-b \leq \frac{5}{6} \\ 1-c \leq \frac{5}{6} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a \geq \frac{1}{6} \\ b \geq \frac{1}{6} \\ c \geq \frac{1}{6} \end{cases} \Rightarrow a+b+c \geq \frac{3}{6} \Rightarrow \text{доказано.}$

о для бы

5. Дано: правильная треугольная пирамида

сечение - квадрат  
 сторона основания =  $a$   
 сторона сечения =  $b$



Найти:  $V_{\text{пирамиды}}$

$AC \perp MB$  (скрещиваются, угол у них  $90^\circ$ , по теореме о 3-ех перпендикулярах)

- 1)  $LK \parallel AC$
- $LK = b$
- $PL \parallel MB$
- $PL = b$
- $RK \parallel MB$
- $RK = b$

$PRLK$  - квадрат

2)  $\triangle LKB$

$\angle KLB = 60^\circ$   $\angle LKB = 60^\circ$   $\angle BKL = 60^\circ$  (т.к.  $AC \parallel LK$ , соответственные углы)

$b < a$   $AL = a - b$   
 $CK = a - b$

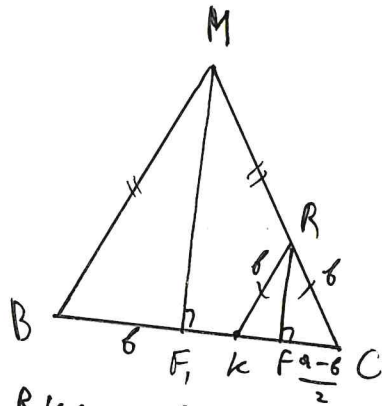
$V = \frac{1}{3} S_{\text{осн}} \cdot H$

3)  $\triangle BMC$  - равнобедренный

$KR = RC = b$  ( $KR \parallel BM$ , соответственные углы)

$BK = b$   
 $KC = a - b$

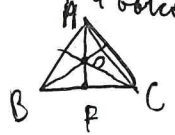
$RF$  - медиана, высота  $\Rightarrow FC = \frac{a-b}{2}$   
 $\triangle KRC = d \Rightarrow \cos d = \frac{a-b}{2b}$



$\angle RKC = \angle MBC = \angle C$ ,  $\triangle KRC$  - р/б

$\cos d < 1 \Rightarrow b > \frac{1}{3}a \Rightarrow \boxed{\frac{1}{3}a < b < a}$

$MO$  - высота  
 $O$  - центр  $ABC$   
 $OF_1 = \frac{\sqrt{3}}{2}a$   
 $OF = \frac{1}{3}OF_1 = \frac{a}{2\sqrt{3}}$



5)  $MO^2 = MF_1^2 - OF_1^2 = \frac{a^2}{4} \cdot \tan^2 d - \frac{a^2}{4 \cdot 3}$   $MO = \frac{a}{2} \cdot \frac{\sqrt{3 \tan^2 d - 1}}{\sqrt{3}}$   
 6)  $V = \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{2} \cdot a \cdot a \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot \frac{a}{2} \cdot \frac{\sqrt{3 \tan^2 d - 1}}{2} = \frac{a^3}{24} \sqrt{3 \tan^2 d - 1}$ , где  $\tan^2 d = \frac{4b^2 - a^2}{(a-b)^2} - 1$