

Место для
скобы

ОТКРЫТАЯ РЕГИОНАЛЬНАЯ МЕЖВУЗОВСКАЯ ОЛИМПИАДА
ВУЗОВ ТОМСКОЙ ОБЛАСТИ «ОРМО»

003503

Шифр

ТИТУЛЬНЫЙ ЛИСТ
заключительного этапа

1.	Предмет	МАТЕМАТИКА																		
2.	Вариант	1																		
3.	Класс	10																		
4.	Фамилия	З	А	М	Ь	Я	Н	О	В	А										
	Имя	А	Л	Е	К	С	А	Н	Д	Р	А									
	Отчество	Т	У	Б	А	Н	О	В	Н	А										
5.	Дата рождения	1	4		1	0		2	0	0	4									
		Число		Месяц		Год														
6.	Страна	Россия																		
7.	Регион (пр: Томская обл., Алтайский край)	Республика Бурятия																		
8.	Вид муниципального образования (пр: село, город, пгт, деревня)	село																		
9.	Населенный пункт (пр: Томск, Кемерово, Псков)	Петропавловка																		
10.	Полное наименование образовательного учреждения, в котором Вы обучаетесь	МАОУ ПСОШ №1																		

Даю согласие на обработку моих персональных данных и информирование меня посредством sms и e-mail о моих результатах и всех дальнейших мероприятиях, связанных с олимпиадой

Личная подпись Замит

Открытая региональная межвузовская олимпиада вузов Томской области (ОРМО)

Общий балл	Дата	Ф.И.О. членов жюри	Подписи членов жюри
205	3.04.21	Тендринский И.Ю.	<i>[Signature]</i>

Задача 2.

$$\begin{cases} xz + 6yz - 6xy = -2y \\ 2xz + 9yz - 9xy = -12y \\ yz - 2xy = 6y \end{cases}$$

1	2	3	4	5
7	3	7	2	1

Рассмотрим третье уравнение:

$$\begin{aligned} yz - 2xy &= 6y \\ y(z - 2x) &= 6y \\ y(z - 2x) - 6y &= 0 \\ y(z - 2x - 6) &= 0 \Rightarrow \end{aligned}$$

$$\Rightarrow y = 0 \quad \text{или} \quad z - 2x - 6 = 0 \\ z = 6 + 2x$$

Подставим во второе уравнение:

$$2xz + 9yz - 9xy = -12y \quad -y = 0$$

$$2xz + 0 - 0 = 0$$

$$2xz = 0 \Rightarrow x = 0, \quad z - \text{любое число}$$

не все
решения
найдем

35

Ответ: $x = 0, y = 0, z - \text{любое число}$

Задача 3.

$$f(0) + f(1) = 0$$

$$f(2) + f(3) = 0$$

$$f(x) = 2021 - \text{сумма корней уравнения} = ?$$

Пусть $f(x) = ax^2 + bx + c$ - квадратный трёхчлен \Rightarrow

$$\Rightarrow f(0) = c$$

75

$$\begin{aligned} f(-1) &= a + b + c \\ f(0) + f(1) &= a + b + 2c \\ f(2) &= 4a + 2b + c \\ f(3) &= 9a + 3b + c \\ f(2) + f(3) &= 13a + 5b + 2c \end{aligned}$$

$$\begin{array}{r} 13a + 5b + 2c \\ a + b + 2c - \\ \hline \end{array}$$

$$12a + 4b = 0$$

$$12a = -4b \quad | :(-4a)$$

$$\frac{b}{a} = -3$$

По т. Виета: $x_1 + x_2 = -\frac{b}{a} \Rightarrow x_1 + x_2 = 3$

Ответ: сумма корней $f(x) = 2021$ равна 3. ✓

Задача 1.

$$\sqrt{x^2 + 2021} - x, \quad \sqrt{x^2 + 2} - \sqrt{x^2 + 2021}, \quad 2x - \sqrt{x^2 + 2021}$$

Пусть $\sqrt{x^2 + 2} = t \Rightarrow$ возведём в квадрат правую и левую

$$\begin{aligned} \text{части: } x^2 + 2 &= t^2 \\ x^2 - t^2 &= -2 \end{aligned}$$

$$(x-t)(x+t) = -2$$

75

Рассмотрим 4 случая:

$$1) \begin{cases} x-t = -2 \\ x+t = 1 \end{cases} +$$

$$x-t+t = -2+1$$

$$2x = -1$$

$$x = -\frac{1}{2} - \text{не}$$

удовлетв. усл-я

$$2) \begin{cases} x-t = 1 \\ x+t = -2 \end{cases} +$$

$$x-t+x+t = -1$$

$$2x = -1$$

$$x = -\frac{1}{2} - \text{не}$$

удовлетв. усл-я

$$3) \begin{cases} x-t = -1 \\ x+t = 2 \end{cases} +$$

$$x-t+x+t = 1$$

$$2x = 1$$

$$x = \frac{1}{2} - \text{не}$$

удовлетв. усл-я

$$4) \begin{cases} x-t = 2 \\ x+t = -1 \end{cases} +$$

$$x-t+x+t = 1$$

$$2x = 1$$

$$x = \frac{1}{2} - \text{не удовлетв. усл-я}$$

Ответ: такого числа x , что все три числа являются целыми - не существует.

Задача 4.

Шифр

003503

$$\sqrt[2021]{2019 \cdot 2020^{-1}} + \sqrt[2021]{2020 \cdot 2018^{-1}} > 2$$

$$\sqrt[2021]{\frac{2019}{2020}} + \sqrt[2021]{\frac{2020}{2018}} - 2 > 0$$

Рассмотрим: $\sqrt[2021]{\frac{2019}{2020}} = \sqrt[2021]{2019 \cdot \frac{1}{2020}} \leq \frac{2019 \cdot \frac{1}{2020} + 1 + \dots + 1}{2021}$ по м. Коши

Рассмотрим: $\sqrt[2021]{\frac{2020}{2018}} = \sqrt[2021]{2020 \cdot \frac{1}{2018}} \leq \frac{2020 \cdot \frac{1}{2018} + 1 + \dots + 1}{2021}$ по м. Коши

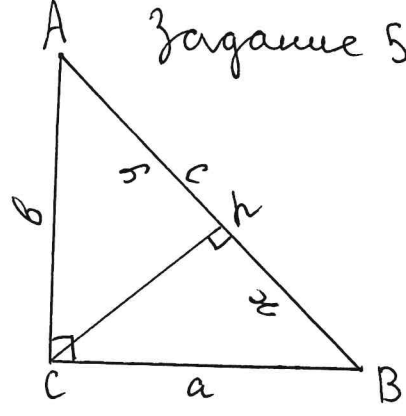
теореме Коши.

$$\frac{2019 + 2019}{2021} + \frac{1}{2020 \cdot 2021} = \frac{2 \cdot 2019}{2021} + \frac{1}{2020 \cdot 2021} < \frac{4038}{2021} + \frac{1}{2020 \cdot 2021} +$$

$$+ \frac{4039}{2021} + \frac{1}{2018 \cdot 2021} = \frac{8077}{2021} + \frac{1}{2020 \cdot 2021} + \frac{1}{2018 \cdot 2021} > 2 - \text{выполняется. ч. т. д.}$$

исполняется. ч. т. д.

Задача 5.



Дано: $\triangle ABC$ - п/у

a, b - катеты

c - гипотенуза

h - высота, проведенная к c .

Возможно ли, что $c + h < a + b$?

Решение: $h < a + x$
 $h < b + y$

$$2h < a + x + b + y$$

$$2h < a + b + c$$

$$c < \frac{a+b}{2h}$$

$$2h + c < 2a + 2b + c$$

$$2h < 2a + 2b \quad | :2$$

$$h < a + b$$

$$c < a + b$$

10

*нет ответа
не вопрос*

$$h + c < 2a + 2b \quad | :2$$

$$\frac{h+c}{2} < a+b$$

Шифр

Задача 4.

$$\frac{2021}{2021} \sqrt{2019 \cdot 2020^{-1}} + \frac{2021}{2021} \sqrt{2020 \cdot 2018^{-1}} > 2$$

Рассмотрим:

$$\frac{2021}{2020} \sqrt{2019 \cdot \frac{1}{2020} \cdot \underbrace{1 \cdot 1 \cdot \dots \cdot 1}_{2019}} \leq \frac{2019 + \frac{1}{2020} + \overbrace{1 + \dots + 1}^{2019}}{2021} =$$

$$= \frac{2019 + 2019 + \frac{1}{2020}}{2021} = \frac{4038}{2021} + \frac{1}{2020 \cdot 2021}$$

Рассмотрим: $\frac{2021}{2018} \sqrt{2020 \cdot \frac{1}{2018} \cdot \underbrace{1 \cdot 1 \cdot \dots \cdot 1}_{2019}} \leq \frac{2020 + \frac{1}{2018} + \overbrace{1 + \dots + 1}^{2019}}{2021} =$

$$= \frac{4039}{2021} + \frac{1}{2021 \cdot 2018}$$

$$\frac{4038}{2021} + \frac{1}{2021 \cdot 2020} + \frac{4039}{2021} + \frac{1}{2021 \cdot 2018} = \frac{8077}{2021} + \frac{1}{2021 \cdot 2020} +$$

$$+ \frac{1}{2021 \cdot 2018} > 2 \text{ выполняется. т.т.д.}$$