ОТКРЫТАЯ РЕГИОНАЛЬНАЯ МЕЖВУЗОВСКАЯ ОЛИМПИАДА ВУЗОВ ТОМСКОЙ ОБЛАСТИ «ОРМО»

004542

Шифр

ТИТУЛЬНЫЙ ЛИСТ

1.	Предмет	Орг. документы
2.	Вариант	Математика 9 класс Вариант 3 закл
3.	Класс	9
4.	Фамилия	З А Х А Р О В
	Имя	П Л А Т О Н
	Отчество	П Е Т Р О В И Ч
5.	Дата рождения	10 (число) 04 (месяц) 2005 (год)
6.	Страна	Россия
7.	Регион (пр: Томская обл., Алтайский край)	Чувашская республика - Чувашия
8.	Вид муниципального образования (пр: село, город, пгт, деревня)	Город
9.	Населенный пункт (пр: Томск, Кемерово, Псков)	Чебоксары
10.	Полное наименование образовательного учреждения, в котором Вы обучаетесь	МБОУ "Лицей №44"

1	2	3	4	5	Σ
7	7	3	4	3	24

004542

4. $a^4 - b^2ac + c^4 \geq a^2bc - b^4 + c^2ab$

$a^4 + b^4 + c^4 \geq a^2bc + b^2ac + c^2ab$

~~Т.к. $a^2+b^2+c^2$~~

$(ab+bc+ac)^2 = a^2b^2 + b^2c^2 + a^2c^2 + 2a^2bc + 2b^2ac + 2c^2ab$

$a^2bc + b^2ac + c^2ab = \frac{(ab+bc+ac)^2 - a^2b^2 - b^2c^2 - a^2c^2}{2}$

Значит нам надо доказать, что $a^4+b^4+c^4 \geq \frac{(ab+bc+ac)^2 - a^2b^2 - b^2c^2 - a^2c^2}{2}$

$2a^4 + 2b^4 + 2c^4 + a^2b^2 + b^2c^2 + a^2c^2 \geq (ab+bc+ac)^2$

Нам известно, что $a^2+b^2+c^2 \geq 2ab + 2bc + 2ac$ $ab+bc+ac \leq \frac{a^2+b^2+c^2}{2}$

Тогда:

$2a^4 + 2b^4 + 2c^4 + a^2b^2 + b^2c^2 + a^2c^2 \geq ?\ \frac{(a^2+b^2+c^2)^2}{4}$

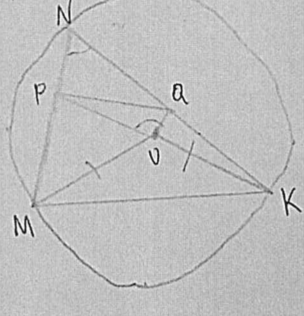
$8a^4 + 8b^4 + 8c^4 + 4a^2b^2 + 4b^2c^2 + 4a^2c^2 \geq a^4 + b^4 + c^4 + 2a^2b^2 + 2b^2c^2 + 2a^2c^2$

$7a^4 + 7b^4 + 7c^4 + 2a^2b^2 + 2b^2c^2 + 2a^2c^2 \geq 0$

Так как каждая переменная возведена в квадрат, то неравенство верное. Что и требовалось доказать

? обоснование не достаточное

5.



Дано: $\triangle MNK$, $\angle MOK = 2\angle POQ$

Возможно ли, что $P_{PNQ} < MK$?

Решение: т.к. $\angle MNK$ и $\angle MOK$ опираются на одну и ту же дугу MK, а $\angle MOK$ - центральный, то $\angle MNK = 0{,}5\angle MOK = \angle POQ$. Обозначим $\angle MNK = \alpha$

Т.к. $MO = OK$ (радиусы), то $\triangle MOK$ - равнобедренный → $\angle OMK = \angle OKM = \frac{180-2\alpha}{2} = 90-\alpha$

По теореме синусов $\frac{MK}{\sin\alpha} = 2MO$ $\frac{MK}{\sin 2\alpha} = \frac{MO}{\sin(90-\alpha)}$ $\frac{2MO\cdot\sin\alpha}{\sin 2\alpha} = \frac{MO}{\sin(90-\alpha)}$

$\sin 2\alpha = 2\sin\alpha\cdot\sin(90-\alpha)$

004542

$a = -2,\underbrace{4\ldots4}_{2021}4 \qquad b = -1,\underbrace{5\ldots5}_{2020}6$

1. $\frac{2(a^4b+ab^4)}{a^2-ab+b^2} - \frac{(b^4-a^4)(b+a)}{a^2-b^2} = \frac{2ab(a^3+b^3)}{a^2-ab+b^2} + \frac{(a^2-b^2)(a^2+b^2)(a+b)}{a^2-b^2} =$

$= \frac{2ab(a+b)(a^2-ab+b^2)}{a^2-ab+b^2} + (a^2+b^2)(a+b) = 2ab(a+b) + (a^2+b^2)(a+b) =$

$= (a+b)(a^2+b^2+2ab) = (a+b)^3 = (-2,\underbrace{4\ldots4}_{2021}4 - 1,\underbrace{5\ldots5}_{2020}6)^3 = (-4)^3 = -64$

Ответ: -64

2. $\begin{cases} x^2+2y^2-2yz=625 \\ 2xy-z^2=625 \end{cases}$

$x^2+2y^2+z^2-2yz-2xy=0$

$(x-y)^2+(x-z)^2=0$ Такое возможно только при $x=y=z$. Тогда

$x^2+2x^2-2x^2=625 \quad x^2=625 \quad x=\pm 25$.

Ответ: $(-25;-25;-25)$, $(25;25;25)$

3. $y=x^2+ax+b$

$y=x^2+cx+d$

$x=1, y=1$

$1=1+a+b \qquad a+b=c+d=0$

$1=1+c+d$

$c^{2022}-b^{2021} < a^{2021}+d^{2022}$

$a^{2021}+b^{2021} > c^{2022}+d^{2022}$

?

$(a+b)(a^{2020}+\ldots+b^{2020}) > (c+d)(c^{2021}+\ldots+d^{2021})$

Т.к. $a+b=c+d=0$, то получается $0>0$, что неверно

Ответ: не возможно