Место для скобы

003988

Шифр

ОТКРЫТАЯ РЕГИОНАЛЬНАЯ МЕЖВУЗОВСКАЯ ОЛИМПИАДА ВУЗОВ ТОМСКОЙ ОБЛАСТИ «ОРМО»

ТИТУЛЬНЫЙ ЛИСТ
заключительного этапа

1.	Предмет	МАТЕМАТИКА
2.	Вариант	2
3.	Класс	11
4.	Фамилия	ЗАХАРЕНКО
	Имя	ЕЛИЗАВЕТА
	Отчество	ОЛЕГОВНА
5.	Дата рождения	02 (Число) 12 (Месяц) 2003 (Год)
6.	Страна	РФ
7.	Регион *(пр: Томская обл., Алтайский край)*	Томская область
8.	Вид муниципального образования *(пр: село, город, пгт, деревня)*	город
9.	Населенный пункт *(пр: Томск, Кемерово, Псков)*	Томск
10.	Полное наименование образовательного учреждения, в котором Вы обучаетесь	МАОУ лицей №8 им. Н.Н. Рукавишникова

Даю согласие на обработку моих персональных данных и информирование меня посредством sms и e–mail о моих результатах и всех дальнейших мероприятиях, связанных с олимпиадой

Личная подпись ЗЛ

то для
обы

Шифр 003988

Открытая региональная межвузовская олимпиада вузов Томской области (ОРМО)

Общий балл	Дата	Ф.И.О. членов жюри	Подписи членов жюри
17 б	5.04.21	Гендрина И.Ю.	

№2: $\sin x + \sin^3 x + 2021 \cdot \sin^5 x = \cos 2x + \cos^3(2x) + 2021 \cdot \cos^5(2x)$

Пусть $f(t) = t + t^3 + 2021 \cdot t^5$

$f'(t) = 1 + 3t^2 + 2021 \cdot 5 \cdot t^4$. $3t^2 \geq 0, 2021 \cdot 5 \cdot t^4 \geq 0$ и $1 > 0 \Rightarrow$

$f'(t) > 0 \Rightarrow$ функция возрастает на всей области определения.

тогда $f(\sin x) = \sin x + \sin^3 x + 2021 \cdot \sin^5 x$ $\Rightarrow$

$f(\cos 2x) = \cos 2x + \cos^3 2x + 2021 \cdot \cos^5 2x$

уравнение сводится к $f(\sin x) = f(\cos 2x)$

Т.к. функция возрастающая $\Rightarrow$ рав. монотонная $\Rightarrow$ равным значениям функции соответствуют равные значения аргумента. $\Rightarrow \sin x = \cos 2x$

$\sin x = 1 - 2\sin^2 x$

$2\sin^2 x + \sin x - 1 = 0$

Замена: $\sin x = p$, $p \in [-1; 1]$.

$2p^2 + p - 1 = 0$

$D = 1 + 8 = 9$

$p_{1,2} = \frac{-1 \pm 3}{4} = \left[\begin{array}{l} \frac{1}{2} \\ -1 \end{array}\right.$

Обратная замена:

$\sin x = \frac{1}{2}$

$\left[\begin{array}{l} x = \frac{\pi}{6} + 2\pi n \\ x = \frac{5\pi}{6} + 2\pi n \end{array}\right.$ $n \in Z$

7 б

$\sin x = -1$

$x = -\frac{\pi}{2} + 2\pi n$, $n \in Z$

Ответ: $\left[\begin{array}{l} x = \frac{\pi}{6} + 2\pi n \\ x = \frac{5\pi}{6} + 2\pi n \\ x = -\frac{\pi}{2} + 2\pi n \end{array}\right.$, $n \in Z$

1	2	3	4	5
7	7	2	0	1

№1: x и $\frac{1}{x}$ – взаимно обратные числа.

7 б

при $x \in (-1; 0) \cup (1; +\infty)$ $x > \frac{1}{x}$

при $x \in (-\infty; -1) \cup (0; 1)$ $x < \frac{1}{x}$

при $x \neq 0$ и $x \neq 1$ если x – целое число, то $\frac{1}{x}$ – дробное.

если x – дробь с числителем, равным 1, то $\frac{1}{x}$ – целое число, однако в любом случае их разность не будет целым числом.

Место для скобы

Шифр 003988

Рассмотрим единственный подходящий случай для $x+\frac{1}{x}$ при $x=1$.

при $x=\frac{1}{2}$ $\frac{1}{1}-\frac{1}{1^2+2020}=1-\frac{1}{2021}$. Это дробное число $\Rightarrow$ $x=1$ не подходит $\Rightarrow$ таких чисел x не существует.

Ответ: нет.

№3: $p(t)=t^n+5t^{n-1}+3$, $n>1$, целое число

~~при $n=2$ пусть $p=t^{n-1}$ $\Rightarrow$ $p>1$, т.к. $n>1 \Rightarrow n-1>0 \Rightarrow t^{n-1}>1$~~

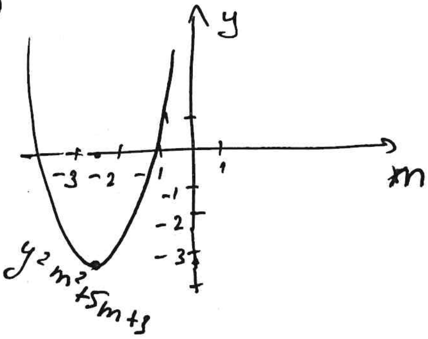
пусть $m=t^{n-1}$, $m>1$ ($n>1 \Rightarrow n-1>0 \Rightarrow t^{n-1}>1$)

$(t^{n-1})^2=t^{2n-2}$!

тогда $p(t)=m^2+5m+3$. рассмотрим эту функцию, это $y=m^2+5m+3$ парабола, ветви вверх. $x_в.=-\frac{5}{2}$

$y_в.=\frac{25}{4}-\frac{5\cdot5}{2}+3=-\frac{25}{4}+3=-\frac{13}{4}$

Вершина в т. $(-\frac{13}{4}; -\frac{5}{2})$



$\Rightarrow$ корни находятся левее единицы $\Rightarrow$ при обратной замене корней не будет

Недост. обосн.

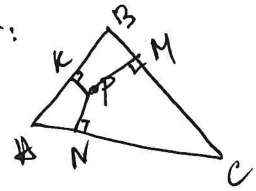
2 б

$D=25-12=13$

$m_{1,2}=\frac{-5\pm\sqrt{13}}{2}=\left[\begin{array}{l}\frac{-5-\sqrt{13}}{2}<1\\ \frac{-5+\sqrt{13}}{2}<1\end{array}\right.$ $\Rightarrow$ $t^{n-1}=\frac{-5-\sqrt{13}}{2}$ $\varnothing$ $t^{n-1}=\frac{-5+\sqrt{13}}{2}$ $\varnothing$

т.к. корней не будет $\Rightarrow$ $p(t)$ нельзя представить в виде произведения многочленов положительной степени с целыми коэффициентами.

№5:

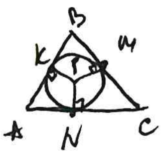


Дано: $\triangle ABC$, P лежит внутри $\triangle ABC$; M, N, K – ортогон. проекции т. P на BC, AC, AB.

$\frac{BC}{PM}+\frac{AC}{PN}+\frac{AB}{PK}$ – минимальна.

Сумма будет минимальной, когда каждое слагаемое будет минимальным. Дроби будут минимальны, когда разница между числителем и знаменателем будет минимальна.

I случай:



P – центр вписанной окружности $\Rightarrow$ $PM=PN=PK=R$.

$\frac{BC+AC+AB}{R}$

Нет обоснования

1 б