**МАТЕМАТИКА (9 класс)**

**Заключительный этап**

**Вариант 1**

1. Решите в натуральных числах уравнение

**Ответ:,.**

**Решение:** Исходное уравнение представим в виде

Далее левую часть уравнения раскладываем на множители с помощью дискриминанта:

Так как то следует сократить перебор.

Обозначим , . Тогда и и . Следовательно, не могут быть отрицательными и каждое из них не должно делиться на 3, но одно из них должно делиться на 9. Таким образом, сократили перебор до вариантов:

2) 3) 4) 5) 6) 7) 8)

Учитывая , получаем, что подходит всего два варианта:

Отсюда получаем два решения: **,.**

1. Дана последовательность Возможно ли найти в этой последовательности пять идущих подряд членов, каждый из которых будет делиться на 2025? Ответ объясните.

**Ответ: нет, не существует.**

**Решение:** Докажем, что при член последовательности с номером не

делится на 5. Найдем

Числа представимы в виде ,следовательно имеют остаток от деления на 5 равный 1. Число делится на 5 без остатка. Следовательно, член последовательности дает при делении на 5 остаток 4. Таким образом, не делится 5, а следовательно, и на 2025. Значит, не существует пять идущих подряд членов, каждый из которых будет делиться на 2025.

1. Докажите, что для любых неотрицательных чисел выполняется неравенство

*.*

**Доказательство:** *.*

*.*

*.*

1. Докажите, что для корней многочлена и корней многочлена справедливо равенство

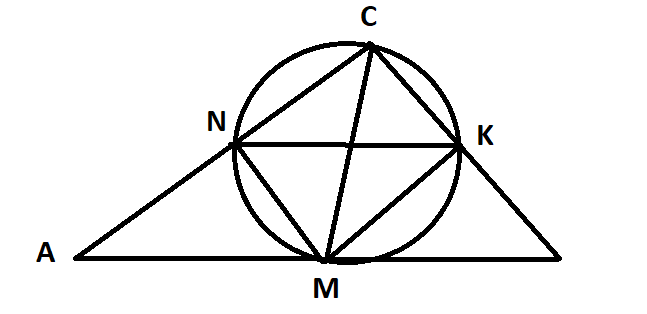
**Доказательство:** По теореме Виета имеем равенства

,

Тогда

1. В прямоугольном треугольнике на гипотенузе взята точка Из точки проведены две биссектрисы и углов и соответственно, точки и лежат на катетах и . Докажите, что точка ⎯ середина гипотенузы

**Решение:**

****

Так как и являются биссектрисами смежных углов и , то угол прямой. Тогда точки лежат на окружности с диаметром . Из равенства следует, что и хорда является диаметром этой окружности. Но тогда углы тоже прямые, следовательно, биссектрисы и являются и высотами треугольников Поэтому эти треугольники равнобедренные: и . Следовательно, ***,*** а это и означает, что ⎯ середина гипотенузы

**Критерии оценивания приведены в таблице:**

|  |  |
| --- | --- |
| Баллы | Критерии оценивания одной задачи. Максимальный балл по билету – 35. |
| **7** | Полное обоснованное решение. |
| **6** | Обоснованное решение с несущественными недочетами. |
| **5-6** | Решение содержит незначительные ошибки, пробелы в обоснованиях, но в целом верно и может стать полностью правильным после небольших исправлений или дополнений. |
| **4** | Задача в большей степени решена, чем не решена, например, верно рассмотрен один из двух (более сложный) существенных случаев. |
| **2-3** | Задача не решена, но приведены формулы, чертежи, соображения или доказаны некоторые вспомогательные утверждения, имеющие отношение к решению задачи. |
| **1** | Задача не решена, но предпринята попытка решения, рассмотрены, например, отдельные (частные) случаи при отсутствии решения или при ошибочном решении. |
| **0** | Решение отсутствует, либо решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше. |