**МАТЕМАТИКА (11 класс)**

**Заключительный этап**

**Вариант 1**

1. Решите в целых числах уравнение

**Ответ:.**

**Решение:** Преобразуем уравнение к виду:

Возможны 3 случая:

В первом случае получим уравнение . Решая его как квадратное относительно , получим Перебирая положительные множители числа 31, приходим к выводу, что решений в целых числах нет.

Во втором случае получим уравнение . Решая его как квадратное относительно , получим Перебирая положительные множители числа 24, приходим к выводу, что решений в целых числах нет.

В третьем случае получим уравнение . Решая его как квадратное относительно , получим Перебирая положительные множители числа 3, приходим к решениям:

; 2) .

Вспоминаем, что в этом случае

Таким образом, получаем 4 решения: .

1. Найдите количество корней уравнения:

**Ответ: 4 корня.**

**Решение:** Используя свойство логарифмов, перепишем уравнения в следующем виде

Введем обозначения , , при этом , Тогда

Пусть ,

Так как и учитывая монотонность и выпуклость функций , для получаем, что уравнениеимеет два корня и , один из которых, например меньше единицы, но больше нуля, а другой корень будет больше единицы. Тогда, вспоминая замену и возвращаясь к исходной переменной , приходим к выводу, что исходное уравнение будет иметь 4 корня: .

1. Докажите, что для любых положительных чисел выполняется неравенство

**Доказательство:** Прибавив к обеим частям неравенства число 2, получим

Используя, неравенство о средних

получим

1. Докажите, что для корней многочлена с ненулевыми коэффициентами справедливо равенство

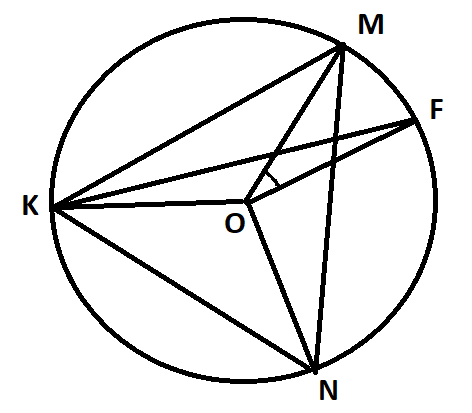
**Доказательство:** По теореме Виета имеем равенства

,

Тогда

1. Равносторонний треугольник вписан в окружность. На этой окружности взята точка . Докажите, что величина не зависит от выбора точки.

**Решение:**

****

Без ограничения общности можно считать, что точка M лежит на дуге описанной окружности с центром и радиусом . Обозначим Тогда

Покажем,что величина не зависит от выбора точки. Найдем

Следовательно, величина не зависит от выбора точки.

**Критерии оценивания приведены в таблице:**

|  |  |
| --- | --- |
| Баллы | Критерии оценивания одной задачи. Максимальный балл по билету – 35. |
| **7** | Полное обоснованное решение. |
| **6** | Обоснованное решение с несущественными недочетами. |
| **5-6** | Решение содержит незначительные ошибки, пробелы в обоснованиях, но в целом верно и может стать полностью правильным после небольших исправлений или дополнений. |
| **4** | Задача в большей степени решена, чем не решена, например, верно рассмотрен один из двух (более сложный) существенных случаев. |
| **2-3** | Задача не решена, но приведены формулы, чертежи, соображения или доказаны некоторые вспомогательные утверждения, имеющие отношение к решению задачи. |
| **1** | Задача не решена, но предпринята попытка решения, рассмотрены, например, отдельные (частные) случаи при отсутствии решения или при ошибочном решении. |
| **0** | Решение отсутствует, либо решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше. |