

ОТКРЫТАЯ РЕГИОНАЛЬНАЯ МЕЖВУЗОВСКАЯ ОЛИМПИАДА
ВУЗОВ ТОМСКОЙ ОБЛАСТИ «ОРМО»

019273

Шифр

ТИТУЛЬНЫЙ ЛИСТ
заключительного этапа

1.	Предмет	Математика																					
2.	Вариант	1																					
3.	Класс	11 А																					
4.	Фамилия	Н	О	С	Т	У	С																
	Имя	А	Л	Е	К	С	А	Н	Д	Р													
	Отчество	В	И	Т	А	Л	Ь	Е	В	И	Ч												
5.	Дата рождения	0	8			1	1			2	0	0	2										
		Число		Месяц		Год																	
6.	Регион (пр: Томская обл., Алтайский край)	Новосибирская область																					
7.	Вид муниципального образования (пр: село, город, пгт, деревня)	город																					
8.	Населенный пункт (пр: Томск, Кемерово, Асино)	Купино																					
9.	Полное наименование образовательного учреждения, в котором Вы обучаетесь	Муниципальное Бюджетное Образовательное Учреждение Лицей №2 Купинского района																					

Даю согласие на обработку моих персональных данных и информирование меня посредством sms и e-mail о моих результатах и всех дальнейших мероприятиях, связанных с олимпиадой

Личная подпись Аетуге.

10.	Контактный телефон	8	9	1	3	4	8	1	8	6	9	8											
11.	e-mail																						
12.	Профиль в вк	https://vk.com/																					
13.	Документ, удостоверяющий личность	5	0	1	6					6	1	0	2	7	0								
		серия				номер																	
		Отделением УОФМС России по Новосибирской области в Купинском районе кем и когда выдан 16.11.2016																					
14.	Из числа лиц с ограниченными возможностями по здоровью (инвалид) (да/нет)	Нет																					
15.	Сирота (да/нет)	Нет																					
16.	Победитель или призер олимпиады прошлого года (да/нет)	Нет																					

Открытая региональная межвузовская олимпиада вузов Томской области (ОРМО)

Общий балл	Дата	Ф.И.О. членов жюри	Подписи членов жюри
18	18.03.20	Геоуринская И.В.	И.У.

№1 $(x-y)^2 + (y - 2\sqrt{x} + 2)^2 = \frac{1}{2}$

Воспользовавшись методом подстановки получим корни:

$x = 1; y = \frac{1}{2}$

Ответ: $(1; \frac{1}{2})$

№2 Пусть x - это скорость пешком.
 y - это скорость на велосипеде.
 z - это скорость на машине.
 t - это время которое потребуется чтобы проехать 4 км,
 проехать на велосипеде 5 км и проехать на машине
 80 км.

Составим систему:

$$\begin{cases} \frac{2}{x} + \frac{3}{y} + \frac{20}{z} = \frac{11}{10} \text{ (1 час, 6 мин = } \frac{11}{10} \text{ часа);} \\ \frac{5}{x} + \frac{8}{y} + \frac{30}{z} = \frac{12}{5} \text{ (2 часа 24 мин = } \frac{12}{5} \text{ часа);} \\ \frac{4}{x} + \frac{5}{y} + \frac{80}{z} = t, \end{cases}$$

заменим: $\frac{1}{x} = a; \frac{1}{y} = b; \frac{1}{z} = c;$

введём коэффициенты:

$$\begin{cases} k \cdot \begin{cases} 2a + 3b + 20c = \frac{11}{10}; \\ 5a + 8b + 30c = \frac{12}{5}; \\ 4a + 5b + 80c = t, \end{cases} \\ m \cdot \\ n \cdot \end{cases}$$

то, из этого следует:

$$\begin{cases} 2ak + 5am = 4an \quad | : a \\ 3bk + 8bm = 5bn \quad | : b \\ 20ck + 30cm = 80cn \quad | : c \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 2k + 5m = 4n \quad | \cdot 3 \\ 3k + 8m = 5n \quad | \cdot 2 \\ 20k + 30m = 80n \quad | : 10 \end{cases} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \begin{cases} 6k + 15m = 12n; \\ 6k + 16m = 10n; \\ 2k + 3m = 8n, \end{cases}$$

Вычтем из второго уравнения первое:

$$m = -2n,$$

Выразим k , через n :

$$3k - 16n = 5n$$

$$k = 4n$$

$$n = 1$$

Подставим:

$$\begin{cases} 14a + 21b + 140c = \frac{44}{10}; \\ -10a + 16b - 60c = -\frac{24}{5}; \\ 4a + 5b + 80c = 1, \end{cases}$$

Из этого следует что:

$$1 = \frac{44}{10} + \left(-\frac{24}{5}\right) = \frac{29}{10} = 2,9$$

Ответ: 2,9 (2 часа 54 мин)

$$n3 \quad 2019 \cdot \sqrt[3]{35x-2,5} + 2018 \cdot \log_2(3x-1) + m = 2020$$

$$2019 \cdot \sqrt[3]{35x-2,5} + 2018 \cdot \log_2(3x-1) = 2020 - m$$

Левая часть уравнения возрастающая функция в.к.

$\sqrt[3]{35x-2,5} + 2018$ - возрастающая, и $\log_2(3x-1)$ - возрастающая

$2020 - m = y$ (это прямая)

Наблюдим:

$$2019 \cdot \sqrt[3]{3,5x - 2,5} + 2018 \cdot \log_2(3x - 1) = y \quad \text{при } x=1; x=3$$

1) $2019 \cdot \sqrt[3]{1} + 2018 \cdot \log_2(2) = y$

$$2019 + 2018 = 4037$$

$$y = 4037$$

2) $2019 \cdot \sqrt[3]{8} + 2018 \cdot \log_2(8) = y$

$$y = 10092$$

значит прямая $y = 2020 - m$, где m летать в пр. промежутке $[4037; 10092]$

Наблюдим промежуток в котором лежит m :

1) $10092 = 2020 - m$

$$m = -8082$$

2) $4037 = 2020 - m$

$$m = -2017$$

значит m лежит в промежутке $[-8082; -2017]$

Ответ: $m \in [-8082; -2017]$ ✓

4) $a < 1; b < 1; c < 1; a + b + c \geq \frac{1}{2}$

$$(1-a)(1-b)(1-c) \leq \frac{125}{216}$$

Докажем себе

Если $(1-a)(1-b)(1-c) \leq (\frac{5}{6})^3$, то можно предположить:

$$\begin{cases} (1-a) \leq \frac{5}{6} \\ (1-b) \leq \frac{5}{6} \\ (1-c) \leq \frac{5}{6} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a \geq 1 - \frac{5}{6} \\ b \geq 1 - \frac{5}{6} \\ c \geq 1 - \frac{5}{6} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a \geq \frac{1}{6} \\ b \geq \frac{1}{6} \\ c \geq \frac{1}{6} \end{cases}$$

Подставим:

$$a + b + c \geq \frac{1}{2}$$

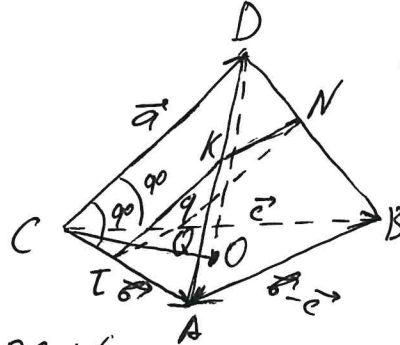
$$\frac{1}{6} + \frac{1}{6} + \frac{1}{6} = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$$

Равенство выполняется, а значит можно считать что

№5 Дано:

ABCD - прав. трехгр.
пирам., a; b;
φ - плоскость
сечения

V = ?



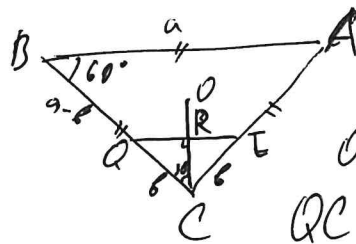
~~DC ⊥ AB т.к. если проверить равенство
(b-c) · a = 0, то ba - ca = |b| · |a| cos φ - |c| · |a| cos φ =
= |a| · cos φ (|b| - |c|). Т.к. |b| = |c| = CA = a (по условию)~~

DC ⊥ AB т.к. если проверить равенство
(b-c) · a = 0, то ba - ca = |b| · |a| · cos φ - |c| · |a| · cos φ =
= |a| · cos φ (|b| - |c|). Т.к. |b| = |c| = CA = a (по условию),
то |a| cos φ (|b| - |c|) = 0.

Сечение KNQT параллельно AB и CD.

Построим высоту DO, O - центр описанной окружности
(по свойству правильной треугольной пирамиды).

Рассм. Δ ABC.



Построим отрезок OC.

OC ⊥ QT (т.к. QL || BA и OC - биссектр)

QC = b (т.к. ∠TCO = 30°)

По аналогии, $\frac{b}{CD} = \frac{a-b}{a}$, тогда из этого следует

$CD = \frac{ab}{a-b}$. В этом треугольнике т.к. он равнобе-
дненный $R = \frac{a}{\sqrt{3}}$ (Радиус описанной окружности).

Тогда найдём $DO^2 = CD^2 - \frac{a^2}{3}$.

$$V = \frac{1}{3} Sh, \quad V = \frac{1}{3} \cdot \frac{a^2 \sqrt{3}}{4} \cdot \sqrt{\frac{ab}{a-b} - \frac{a^2}{3}}$$

$$\text{Ответ: } V = \frac{1}{3} \cdot \frac{a^2 \sqrt{3}}{4} \cdot \sqrt{\frac{ab}{a-b} - \frac{a^2}{3}}$$