07820

Шифр

ТКРЫТАЯ РЕГИОНАЛЬНАЯ МЕЖВУЗОВСКАЯ ОЛИМПИАДА «ОРМО»
ТИТУЛЬНЫЙ ЛИСТ
заключительного этапа

ет	МАТЕМАТИКА
нт	1
	10
ия	ЮДИНА
	ВИКТОРИЯ
тво	СТАНИСЛАВОВНА
ождения	20 (Число) 11 (Месяц) 2006 (Год)
а	РОССИЯ
(пр: Томская обл., нградская область)	КЕМЕРОВСКАЯ ОБЛАСТЬ - КУЗБАСС
иципального образования , деревня, село, город)	ГОРОД
нный пункт (пр: Томск, ово, Псков)	ПРОКОПЬЕВСК
е наименование вательного учреждения, ом Вы обучаетесь в время	МБОУ „Школа N 32"

сие на обработку моих персональных данных и информирование меня посредством sms и e–mail ультатах и всех дальнейших мероприятиях, связанных с олимпиадой

Личная подпись ______

Шифр 07820

Открытая региональная межвузовская олимпиада вузов Томской области (ОРМО)

Общий балл	Дата	Ф.И.О. членов жюри	Подписи членов жюри
18		Емельянова	

1	2	3	4	5	Σ
7	4	-	7	0	18

№1

$y^2(y-x+2)-y(x+4)+5x+7=0$

$y^3-y^2x+2y^2-yx-4y+5x+7=0$

$y^3-x(y^2+y-5)+2y^2-4y+7=0$

$x(y^2+y-5)=y^3+2y^2-4y+7$

$x=\dfrac{y^3+2y^2-4y+7}{y^2+y-5}$

$$\begin{array}{r|l} y^3+2y^2-4y+7 & y^2+y-5 \\ \underline{y^3+y^2-5y} & y+1 \\ y^2+y+7 & \\ \underline{y^2+y-5} & \\ 12 & \end{array}$$

$x=y+1+\dfrac{12}{y^2+y-5}$ т.к. решение должно быть целочисленным $\Rightarrow$

$\Rightarrow \dfrac{12}{y^2+y-5}$ - целое число

делители 12: $\pm1; \pm2; \pm3; \pm4; \pm6; \pm12$

$y^2+y-5=1$
$y^2+y-6=0$
$D=1+24=25$
$y_1=\frac{-1-5}{2}=-3$
$y_2=\frac{-1+6}{2}=2.$

$y^2+y-5=-1$
$y^2+y-4=0$
$D=1+16=17$
$\sqrt{D}=\sqrt{17}$ - не удовл., т.к. y тоже целое

$y^2+y-5=2$
$y^2-y-7=0$
$D=1+28=29$

$y^2+y-5=-2$
$y^2+y-3=0$
$D=1+12=13$

$y^2+y-5=3$
$y^2+y-8=0$
$D=1+\cancel{64}32=\cancel{65}\,33.$

$y^2+y-5=-3$
$y^2+y-2=0$
$D=1+8=9$
$y_1=\frac{-1+3}{2}=1$
$y_2=\frac{-1-3}{2}=-2$

$y^2+y-5=4$
$y^2+y-9=0$
$D=1+\cancel{81}36=82$

$y^2+y-5=-4$
$y^2+y-1=0$
$D=1+4=5$

$y^2+y-5=6$
$y^2+y-11=0$
$D=1+121=122$

$y^2+y-5=-6$
$y^2+y+1=0$
$D=1-4=-3$

$y^2+y-5=12$
$y^2+y-17=0$
$D=1+68=69$

$y^2+y-5=-12$
$y^2+y+7=0$
$D=1-28=-27.$

$\begin{cases} y=1 \\ x=-2 \end{cases}$ $\begin{cases} y=-2 \\ x=-5 \end{cases}$ $\begin{cases} y=2 \\ x=15 \end{cases}$ $\begin{cases} y=-3 \\ x=10 \end{cases}$

$x=2+1+12=15$
$x=-3+1+12=10$
$x=1+1-4=-2$
$x=-2+1-4=-5$.

Ответ: $(-2;1)$, $(-5;-2)$, $(15;2)$, $(10;-3)$

№2

A, B - рациональное

$$\begin{cases} \cos 3x = A\cdot\sin 2x \\ \sin 3x = B\cdot\cos 4x \end{cases}$$

$$\begin{cases} \sin 3x = B\cdot(1-2\sin^2 2x) \\ \sin 2x = \frac{\cos 3x}{A} \end{cases}$$

$$\sin 3x = B\left(1-2\cdot\frac{\cos^2 3x}{A^2}\right)$$

$$\cancel{\sin 3x = B\cdot\left(\frac{\cos 4x}{A}\right)}$$

$$\cancel{\sin 3x = B}\cdot \sin 3x = B\left(1-2\frac{(1-\sin^2 3x)}{A^2}\right)$$

$$\sin 3x = B\left(\frac{1-2-2\sin^2 3x}{A^2}\right)$$

$$\sin 3x = A^2B-2+2\sin^2 3x$$

$$A^2\cdot\sin 3x = A^2B-2+2\sin^2 3x$$

$A^2B-2+2\sin^2 3x$ - в любом случае ? рациональное число, но $A^2\sin 3x$ будет рациональным только в том случае, если $\sin 3x$ - рациональное число $\Rightarrow$

$\Rightarrow \sin 3x$ - рациональное не обосновано

ч.т.д.

место для скобы.

Шифр 07820

№4.

$x^2+px-\frac{1}{2p^2}=0.$

$D=p^2+\frac{2}{p^2}$ $\sqrt{D}=\sqrt{p^2+\frac{2}{p^2}}$ Замена: $\sqrt{p^2+\frac{2}{p^2}}=t$

$x_1=\frac{-p+t}{2}$ $x_2=\frac{-p-t}{2}$

$x_1^4+x_2^4\geq 2+\sqrt{2}$

$\left(\frac{-p+t}{2}\right)^2\left(\frac{-p+t}{2}\right)^2+\left(\frac{-p-t}{2}\right)^2\left(\frac{-p-t}{2}\right)^2\geq 2+\sqrt{2}.$

$\left(\frac{t^2-2pt+p^2}{4}\right)\left(\frac{t^2-2pt+p^2}{4}\right)+\left(\frac{t^2+2pt+p^2}{4}\right)\left(\frac{t^2+2pt+p^2}{4}\right)\geq 2+\sqrt{2}$

$t^4-2pt^3+t^2p^2-2pt^3+4p^2t^2-2p^3t+p^2t^2-2p^3t+p^4+t^4+2pt^3+t^2p^2+2pt^3+$

$+4p^2t^2+2p^3t+p^2t^2+2p^3t+p^4\geq 2+\sqrt{2}$

$\frac{2t^4+12p^2t^2+2p^4}{16}\geq 2+\sqrt{2}$

$2(t^4+6p^2t^2+p^4)\geq 2+\sqrt{2}$

$\frac{2\left(\left(p^2+\frac{2}{p^2}\right)\left(p^2+\frac{2}{p^2}\right)+6p^2\left(p^2+\frac{2}{p^2}\right)+p^4\right)}{16}\geq 2+\sqrt{2}$

$\frac{2\left(p^4+2+2+\frac{4}{p^4}+6p^4+12+p^4\right)}{16}\geq 2+\sqrt{2}$

$\frac{2\left(8p^4+16+\frac{4}{p^4}\right)}{16}\geq 2+\sqrt{2}$

$\frac{\cancel{8}\left(2p^4+4+\frac{1}{p^4}\right)}{\cancel{16}\,2}\geq 2+\sqrt{2}$

$p^4+2+\frac{1}{2p^4}\geq 2+\sqrt{2}$

$\frac{2p^8+4p^4+1}{2p^4}-2-\sqrt{2}\geq 0$

$$\frac{2p^8 + \cancel{4p^4} + 1 - \cancel{4p^4} - 2\sqrt{2}p^4}{2p^4} \geq 0$$

$$\frac{2p^8 - 2\sqrt{2}p^4 + 1}{2p^4} \geq 0$$

$$\frac{(\sqrt{2}p^4 - 1)^2}{2p^4} \geq 0.$$

$(\sqrt{2}p^4 - 1)^2$ - в любом случае больше 0.

$2p^4$ - в любом случае больше 0 $\Rightarrow$

$\Rightarrow \frac{(\sqrt{2}p^4 - 1)^2}{2p^4} \geq 0$ при любых ненуле-вых значения p.

№5.

Дано
$\triangle MNK$ - вписанный