ОТКРЫТАЯ РЕГИОНАЛЬНАЯ МЕЖВУЗОВСКАЯ ОЛИМПИАДА ВУЗОВ ТОМСКОЙ ОБЛАСТИ «ОРМО»

004533

Шифр

ТИТУЛЬНЫЙ ЛИСТ

1.	Предмет	Орг. документы
2.	Вариант	Математика 9 класс Вариант 3 закл
3.	Класс	9
4.	Фамилия	Я В К И Н
	Имя	А Н Д Р Е Й
	Отчество	И Г О Р Е В И Ч
5.	Дата рождения	24 (число) 10 (месяц) 2005 (год)
6.	Страна	Кыргызстан
7.	Регион (пр: Томская обл., Алтайский край)	г Бишкек
8.	Вид муниципального образования (пр: село, город, пгт, деревня)	Город
9.	Населенный пункт (пр: Томск, Кемерово, Псков)	Бишкек
10.	Полное наименование образовательного учреждения, в котором Вы обучаетесь	Школа-гимназия №24

1	2	3	4	5	Σ
7	7	7	6	2	29

Ясвин Андрей

004533

№1

$$\frac{2(a^4b+ab^4)}{a^2-ab+b^2}-\frac{(b^4-a^4)(b+a)}{a^2-b^2}=$$ при $a=-2,\underbrace{4\ldots 4}_{2021}9$

$b=-1,\underbrace{5\ldots 5}_{2020}5,6$

$$=\frac{2ab(a^3+b^3)}{a^2-ab+b^2}-\frac{(b^2-a^2)(b^2+a^2)(b+a)}{a^2-b^2}=$$ вынесем из (b^2-a^2) минус и сократим со знаменателем

$$=\frac{2ab(a+b)\cancel{(a^2-ab+b^2)}}{\cancel{a^2-ab+b^2}}+(a+b)(a^2+b^2)=$$

$$=2ab(a+b)+(a+b)(a^2+b^2)=(a+b)(a^2+2ab+b^2)=$$

$=(a+b)(a+b)^2=(a+b)^3$ – итог всех сокращений

узнаем чему равен $a+b$

$$-\underbrace{1,55\ldots 5}_{2020}6+(-\underbrace{2,4\ldots 4}_{2021}9)=-4$$

в обоих случаях у нас 2021 знак после запятой у каждого числа $\Rightarrow a+b=-4$

$(a+b)^3=(-4)^3=-64$

Ответ: -64.

№2 Явкин Андрей

004533

$$\begin{cases} x^2+2y^2-2yz=625 \\ 2xy-z^2=625 \end{cases}$$ вычтем урав-ия друг из друга. Получим

$$x^2-2xy+2y^2-2yz+z^2=625-625$$ перегруппируем члены урав-ия

$$x^2-2xy+y^2+y^2-2yz+z^2=0$$

$(x-y)^2+(y-z)^2=0$ заметим что $\left.\begin{matrix}(x-y)^2\geq 0 \\ \text{и} \\ (y-z)^2\geq 0\end{matrix}\right\} \Rightarrow$ уравнени

будет верным только если $x-y=0$ и $y-z=0$

$x-y=0 \qquad y-z=0$

$$\left[\begin{matrix}x-y=0\\ y-z=0\end{matrix}\right.;\left[\begin{matrix}x=y\\ y=z\end{matrix}\right\} \Rightarrow x=y=z$$

Допустим, что $x=y=z=T$, тогда

$$2xy-z^2=625 \Leftrightarrow 2\cdot T\cdot T-T^2=625$$

$$T^2=625$$

$$T=\pm 25$$

Ответ: $x=y=z=\pm 25$.

дано:

№3 Эвкин Андрей

004533

$y_1 = 1\cdot x^2 + ax + b$ $\quad y_1 = y_2$ в $(1;1)$

$y_2 = 1\cdot x^2 + cx + d$

Возможно ли:

$c^{2022} - b^{2021} < a^{2021} + d^{2022}$?

$1 = 1\cdot 1^2 + a\cdot 1 + b$; $1 = 1 + a + b \Rightarrow a + b = 0 \Rightarrow a = -b$

$1 = 1\cdot 1^2 + c\cdot 1 + d$; $1 = 1 + c + d \Rightarrow c + d = 0 \Rightarrow c = -d$

$c^{2022} - b^{2021} < a^{2021} + d^{2022}$

заметим, что $a = -b \Rightarrow$
$a^{2021} = (-b)^{2021} \Rightarrow$

$c^{2022} + \cancel{a^{2021}} < \cancel{a^{2021}} + d^{2022}$

$c^{2022} < d^{2022}$ — неверно т.к. $c = -d \Rightarrow c^{2022} = (-d)^{2022} \Rightarrow$
$c^{2022} = d^{2022}$

Мы наткнулись на противоречие $\Rightarrow$
$\Rightarrow$ неравенство неверно.

Ответ: Нет. Невозможно.

№4 Явкин Андрей

$a^4+b^4+c^4 \geq a^2bc+b^2ac+c^2ab$ – это неравенство очень похоже на классическое?

$x^2+y^2+z^2 \geq xy+yz+xz$.

оно легко доказывается т.к. его можно свести к сложению 3 простых неравенств вида

$x^2+y^2 \geq 2xy$ откуда:

$(x+y)^2 \geq 0$.

Попробуем свести наше неравенство показанному выше.

$a^4+b^4+c^4 \geq a^2b^2+a^2c^2+b^2c^2$ ~~...~~ оно аналогично неравенству

$x^2+y^2+z^2 \geq xy+yz+xz$, которое уже доказано

теперь попробуем ~~понять~~ составить неравенство с $a^2b^2+a^2c^2+b^2c^2$

$a^2b^2+a^2c^2+b^2c^2=(ab)^2+(ac)^2+(bc)^2$ пусть $ab=t$ тогда:

$bc=f$

$ac=v$

$(ab)^2+(ac)^2+(bc)^2=t^2+f^2+v^2$

заметим что выражение раскладывается на:

$a^2bc+b^2ac+c^2ab=ab\cdot ac+ab\cdot ac+ac+cb=tf+fv+tv$

Отсюда можем утверждать что: ?

$t^2+f^2+v^2 \geq tf+fv+tv$ а следовательно

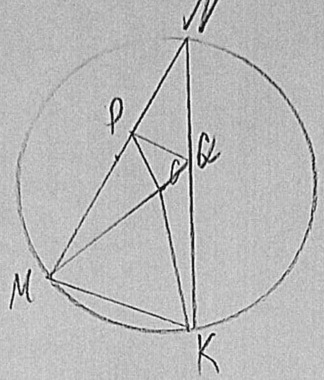
$a^4+b^4+c^4 \geq a^2bc+b^2ac+c^2ab$

Доказано

№ 35 Явкин Андрей.

Дано:
окружн. с центром O
вписанный $\triangle KNM$
$MO = OK = R$
$MOK = 2\,POQ = 2\alpha$

Доказать:
$P_{\triangle PNQ} < MK$



$MK = 2r^2 - 2r\cos 2\alpha$.

Я не понял как доказать, но я смог начертить такой пример, где $P_{\triangle}$ ка < MK (измерял я всё линейкой), так, что да, ~~может~~. $P_{\triangle PNQ}$ может быть меньше стороны MK.