Место для скобы

**ОТКРЫТАЯ РЕГИОНАЛЬНАЯ МЕЖВУЗОВСКАЯ ОЛИМПИАДА ВУЗОВ ТОМСКОЙ ОБЛАСТИ «ОРМО»**

003393

Шифр

## ТИТУЛЬНЫЙ ЛИСТ
**заключительного этапа**

| | | |
|---|---|---|
| 1. | Предмет | математика |
| 2. | Вариант | 1 |
| 3. | Класс | 10 |
| 4. | Фамилия | ЯКОВЛЕВА |
| | Имя | КСЕНИЯ |
| | Отчество | ЕВГЕНЬЕВНА |
| 5. | Дата рождения | 29 (Число) 09 (Месяц) 2004 (Год) |
| 6. | Страна | Россия |
| 7. | Регион *(пр: Томская обл., Алтайский край)* | Кемеровская область |
| 8. | Вид муниципального образования *(пр: село, город, пгт, деревня)* | город |
| 9. | Населенный пункт *(пр: Томск, Кемерово, Псков)* | Анжеро-Судженск |
| 10. | Полное наименование образовательного учреждения, в котором Вы обучаетесь | НМБОУ „Гимназия N 11" |

Даю согласие на обработку моих персональных данных и информирование меня посредством sms и e–mail о моих результатах и всех дальнейших мероприятиях, связанных с олимпиадой

*Личная подпись* ________

Место для скобы

**Шифр** 003393

**Открытая региональная межвузовская олимпиада вузов Томской области (ОРМО)**

| Общий балл | Дата | Ф.И.О. членов жюри | Подписи членов жюри |
|---|---|---|---|
| 32 б | 3.04.21 | Гендрина И.Ю. | |

①. Так как $\sqrt{x^2+2021}-x$ и $2x-\sqrt{x^2+2021}$ должны быть оба целыми, то значит, что само число $x$ должно быть тоже целым
( $\sqrt{x^2+2021}=y$, $y$-положительное ; $y-x=$ целое и $2x-y=$ целое
Если $y$-дробное число, то $y$ $y$ и $x$ дробные части равны ( $y-x=$ целое - напр. $2{,}\underline{32}-1{,}\underline{32}=1$ - целое), но тогда $2x-y\neq$ целое ( $2{,}64-2{,}32=0{,}32$ - не целое). Поэтому $x$ должно быть целым числом)
Тогда $\sqrt{x^2+2021}$ тоже может быть только целым числом (целое - целое = целое) А значит, что $\sqrt{x^2+2}$ - целое число ( $\sqrt{x^2+2}$ - целое = целое).

6б

$\left.\begin{matrix}\sqrt{x^2+2021}\\ \sqrt{x^2+2}\end{matrix}\right\}$ целые

| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 |
|---|---|---|---|---|
| 6 | 7 | 7 | 5 | 7 |

Это значит, что под знаком корня должен получиться квадрат опять-таки целого числа.
$\sqrt{x^2+2}$ может быть целым числом только тогда, когда $x^2=2$
( $x^2$ не может быть отрицательным ; $x^2$ - квадрат целого числа, значит, то число, которое нужно прибавить должно быть больше или равно $x$, чтобы снова получился квадрат целого числа).
Но тогда $x=\sqrt{2}$, а этого быть не может.
Это значит, что все три этих числа не могут быть целыми при любом $x$.
Ответ: такое число $x$ не существует.

②. $\begin{cases} xz+5yz-6xy=-2y, \\ 2xz+9yz-9xy=-12y, \\ yz-2xy=6y \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y=\dfrac{xz+5yz-6xy}{-2} \\ 2xz+9yz-9xy=\dfrac{\cancel{-12}^{\,6}(xz+5yz-6xy)}{\cancel{-2}} \\ yz-2xy=6y \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y=\dfrac{xz+5yz-6xy}{-2} \\ 4xz+21yz-27xy=0 \\ y=\dfrac{yz-2xy}{6} \end{cases} \Leftarrow$

$\Rightarrow$ $y=\dfrac{yz-2xy}{6}$ подставляем в начальное второе ур-ние $\Leftrightarrow$ $(2xz+9yz-9xy=-12y)$ $\begin{cases} 2xz+11yz-13xy=0 \ \vert\cdot 2 \\ 4xz+21yz-27xy=0 \\ \ldots\ldots \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 4xz+22yz-26xy=0 \\ 4xz+21yz-27xy=0 \\ \ldots \end{cases} \Leftrightarrow$

$\Rightarrow \begin{cases} yz+xy=0 \\ \ldots\ldots \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} xz+5yz-6xy=-2y \\ \left[\begin{matrix} z=-x \\ y=0 \text{ (если } y=0\text{, то } x\neq 0 \text{ или } z=0) \end{matrix}\right. \\ yz-2xy=6y \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} xz+5yz-6xy=-2y \\ z=-x \\ -xy-2xy=6y \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} xz+5yz-6xy=-2y \\ z=-x \\ -3y(x+2)=0 \end{cases} \Leftrightarrow$

Место для скобы

Шифр 003393

$\Leftrightarrow \begin{cases} xz+5yz-6xy=-2y \\ z=-x \\ \left[\begin{array}{l} x=-2 \\ y=0 \end{array}\right. \end{cases}$ (уже было, мы рассматривали случай, когда $y\neq 0$) $\Leftrightarrow \begin{cases} xz+5yz-6xy=-2y \\ z=2 \\ x=-2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -4+10y+12y+2y=0 \\ z=2 \\ x=-2 \end{cases} \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow \begin{cases} -4+24y=0 \\ z=2 \\ x=-2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 24y=4 \\ z=2 \\ x=-2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y=\frac{1}{6} \\ z=2 \\ x=-2 \end{cases}$

7 б

* если $y=0$, то $x\cdot z=0$, значит $x=0$ или $z=0$ (то есть 2 неизвестные (или даже все 3) будут равны нулю, а 3-я переменная может быть любой).

Ответ: $y=\frac{1}{6}$, $z=2$, $x=-2$; (и $y=0$, $x=0$ или $z=0$).

③. $f(x)=ax^2+bx+c$

$f(0)+f(1)=0 \Rightarrow c+a+b+c=0$

$\boxed{2c+a+b=0}$

$f(2)+f(3)=0 \Rightarrow 4a+2b+c+9a+3b+c=0$

$\boxed{13a+5b+2c=0}$

$$\begin{array}{r} -\;13a+5b+2c=0 \\ a+b+2c=0 \\ \hline 12a+4b=0 \;|:4 \end{array}$$

$3a+b=0$

$\boxed{b=-3a}$ подставляем в $13a+5b+2c=0$

$13a-15a+2c=0$

$-2a+2c=0 \;|:2$

$c-a=0$

$\boxed{a=c}$

7 б

$ax^2+bx+c=2021$

$ax^2-3ax+a=2021 \;|:a\neq 0$ (по условию)

$x^2-3x+1=2021$

$x^2-3x-2020=0$

По т. Виета $x_1+x_2=-b$

$x_1+x_2=3.$

Ответ: 3.

④. $\sqrt[2021]{2019\cdot 2020^{-1}}+\sqrt[2021]{2020\cdot 2018^{-1}}>2$

$\sqrt[2021]{\frac{2019}{2020}}+\sqrt[2021]{\frac{2020}{2018}}>2$

5 б
недост. обоснование

$\frac{\sqrt[2021]{2020}}{\sqrt[2021]{2018}}>1$, а $\frac{\sqrt[2021]{2019}}{\sqrt[2021]{2020}}\approx 1$ (немного меньше 1).

Если бы мы нашли корни из этих чисел, то они были бы очень ма-

Место для скобы

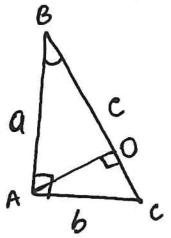
Шифр 003393

леньким (0,........), но при делении ($\frac{\sqrt[2021]{2019}}{\sqrt[2021]{2020}}+\ldots$) запятая переносится, поэтому можно считать, что мы делим очень большие числа, которые почти равны.

Можно рассмотреть пример: $\frac{100}{98}+\frac{99}{100}>2$ $\left(\frac{10000+9702}{9800}=\frac{19702}{9800}=2\frac{102}{9800}>2\right)$
Если бы мы складывали просто противоположные дроби, то их сумма была бы меньше 2 $\frac{100}{98}+\frac{98}{100}<2$. ~~Но благодаря тому, что~~ (но если $\frac{100}{99}+\frac{99}{100}>2$ ($\frac{19801}{9900}=2\frac{1}{9900}$ – почти равно 2)) То есть благодаря тому, что $\frac{100}{98}>\frac{100}{99}$ (или $\frac{99}{100}>\frac{98}{100}$) сумма таких чисел всегда будет больше 2 (чем больше числа, тем больше их сумма стремится к двойке (при больших числах сумма приблизительно равна двум, но всё же немного побольше)).

То же самое будет верно и для $\frac{\sqrt[2021]{2020}}{\sqrt[2021]{2018}}+\frac{\sqrt[2021]{2019}}{\sqrt[2021]{2020}}$, то есть $\sqrt[2021]{2019\cdot 2020^{-1}}+\sqrt[2021]{2020\cdot 2018^{-1}}>2$.

5.




~~Нужно~~ Если бы $c+h<a+b$, тогда и $(c+h)^2<(a+b)^2$

$c^2+2ch+h^2<a^2+2ab+b^2$

$\triangle ABC \sim \triangle CBA$ ($\triangle ABC$ и $\triangle CBA$ – прям-ые, $\angle B$ - общий)

$\Downarrow$

$\frac{a}{c}=\frac{h}{b}$ $h=\frac{ab}{c}$, значит $c^2+\frac{2\cancel{c}\cdot ab}{\cancel{c}}+\frac{a^2b^2}{c^2}<a^2+2ab+b^2$

$c^2+\cancel{2ab}+\frac{a^2b^2}{c^2}<a^2+\cancel{2ab}+b^2$

По т. Пифагора $c^2=a^2+b^2$

$a^2+b^2+\frac{a^2b^2}{a^2+b^2}<a^2+b^2$

$\frac{a^2b^2}{a^2+b^2}$ не может быть меньше 0 ~~т.к.~~ $\Rightarrow$

$a^2+b^2+\frac{a^2b^2}{a^2+b^2}>a+b^2$

Ответ: невозможно, чтобы $c+h$ было меньше $a+b$

7б