

Открытая региональная межвузовская олимпиада вузов Томской области (ОРМО)

Общий балл	Дата	Ф.И.О. членов жюри	Подписи членов жюри
205	6.04.11	Журило И.В.	

$$2. \sin x + \sin^3 x + 2021 \cdot \sin^5 x = \cos(2x) + \cos^3(2x) + 2021 \cdot \cos^5(2x)$$

$$\cos(2x) = \cos^2 x - \sin^2 x = 1 - 2\sin^2 x.$$

$$t = \sin x.$$

$$t + t^3 + 2021 \cdot t^5 = (1 - 2t^2) + (1 - 2t^2)^3 + 2021 \cdot (1 - 2t^2)^5$$

$$f(t) = f(1 - 2t^2)$$

$$f(x) = x + x^3 + 2021 \cdot x^5$$

эта ф-ция от -1 до 1 возрастает. \Rightarrow

$$\Rightarrow x = 1 - 2t^2$$

$$2t^2 + t - 1 = 0$$

$$t_{1,2} = \frac{-1 \pm 3}{4} = 1; \frac{1}{2}$$

$$\sin x = -1$$

$$\sin x = \frac{1}{2}$$

$$x = \frac{\pi}{2} + 2\pi k$$

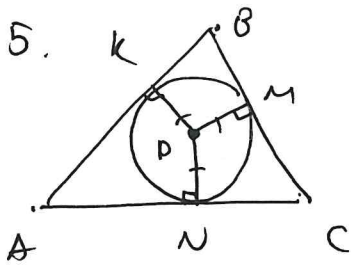
$$\begin{cases} x = \frac{\pi}{6} + 2\pi k \\ x = \frac{5\pi}{6} + 2\pi k \end{cases}$$

$$k \in \mathbb{Z}$$

Ответ:

$$\begin{cases} x = -\frac{\pi}{2} + 2\pi k \\ x = \frac{\pi}{6} + 2\pi k \\ x = \frac{5\pi}{6} + 2\pi k \end{cases}$$

1	2	3	4	5
7	7	0	0	6



$$\frac{BC}{PM} + \frac{AC}{PN} + \frac{AB}{PK}$$

Занялся и во о средних.

$$\frac{\frac{BC}{PM} + \frac{AC}{PN} + \frac{AB}{PK}}{3} \geq \sqrt[3]{\frac{BC}{PM} \cdot \frac{AC}{PN} \cdot \frac{AB}{PK}}$$

$$BC, AC, AB = const.$$

65

иногда найти мин. значение ср. арифм. надо найти
макс. значение ср. геом. -го., а он достигается при
макс. $PM \cdot PN \cdot PK$, а оно уже достигается при
 $PM = PN = PK \Rightarrow P$ лежит в центре впис. оц. $\triangle ABC$,
т.е. равноудален от сторон $\triangle ABC$.

иногда,
однажды.

Она в центре впис. оц.

1. $\frac{1}{x} - \frac{1}{x^2+2020} > x - \frac{1}{x}$, $\frac{1}{x^2+2020} - \frac{1}{x}$.

Т.к. эти числа разные, то их сумма и разность
может быть равна нулю, или

$x - \frac{1}{x^2+2020}$ и $\frac{1}{x^2+2020} - x$.

Рассм. $x > 1$.

$\frac{1}{x} - \frac{1}{x^2+2020} \geq \frac{x^2+2020-x}{x^3+2020x} > 0$ — верно

Верхняя часть делится на множитель "даже знаменатель", и от него ~~получается отрицательный знак?~~
 \Rightarrow верхняя часть не может быть равна нулю, а значит равна

Значит $x^2+2020-x > x^3+2020x$
 $x^3-x^2+2021x-2020 < 0$
 $(x^2+2021)(x-1) < -1$
 $> 0 \quad > 0$
 противоречие

Рассм $x < -1$

$\frac{1}{x^2+2020} - \frac{1}{x} \geq \frac{x-x^2-2020}{x^3+2020x} < 0$ — верно

аналогично, но уже знак др.

$x-x^2-2020 < x^3+2020x$
 $x^3+x^2+2019x+2020 > 0$
 $(x^2+2019)(x+1) > -1$
 $> 1 \quad < 0$
 противоречие.

75



Рассм $0 < x \leq 1$

$$x - \frac{1}{x^2 + 2020} \geq \frac{x^3 + 2020x - 1}{x^2 + 2020} \quad \begin{matrix} > 0 \\ > 0 \end{matrix} \quad \begin{matrix} - \text{умнож} \\ > > \end{matrix}$$

$$\Rightarrow x^3 + 2020x - 1 > x^2 + 2020$$

$$x^3 - x^2 + 2020x - 2021 > 0$$

$$\begin{matrix} (x^2 + 2020)(x - 1) > 1 \\ > 0 < 0 \end{matrix}$$

противоречие

Рассм $-\infty < x < 0$

$$\frac{1}{x^2 + 2020} - x \geq \frac{1 - x^3 - 2020x}{x^2 + 2020} \quad \begin{matrix} > 0 \\ > 0 \end{matrix} \quad \begin{matrix} - \text{умнож} \\ > > \end{matrix}$$

$$\Rightarrow 1 - x^3 - 2020x > x^2 + 2020$$

$$x^3 + x^2 + 2020x + 2019 > 0$$

$$\begin{matrix} (x^2 + 2020)(x + 1) < 1 \\ > 1 > 0 \end{matrix}$$

противоречие

Only нем