Место для скобы

004291

Шифр

ОТКРЫТАЯ РЕГИОНАЛЬНАЯ МЕЖВУЗОВСКАЯ ОЛИМПИАДА ВУЗОВ ТОМСКОЙ ОБЛАСТИ «ОРМО»

ТИТУЛЬНЫЙ ЛИСТ
заключительного этапа

1.	Предмет	математика
2.	Вариант	2
3.	Класс	10
4.	Фамилия	ЯДРЕЕВ
	Имя	ДАНИЛ
	Отчество	АНДРЕЕВИЧ
5.	Дата рождения	Число: 28; Месяц: 06; Год: 2004
6.	Страна	Российская Федерация
7.	Регион *(пр: Томская обл., Алтайский край)*	Республика Саха (Якутия)
8.	Вид муниципального образования *(пр: село, город, пгт, деревня)*	город
9.	Населенный пункт *(пр: Томск, Кемерово, Псков)*	Якутск
10.	Полное наименование образовательного учреждения, в котором Вы обучаетесь	МОБУ „Физико-Технический лицей имени В.Л. Ларионова"

Даю согласие на обработку моих персональных данных и информирование меня посредством sms и e-mail о моих результатах и всех дальнейших мероприятиях, связанных с олимпиадой

Личная подпись ____________

Шифр 004291

Открытая региональная межвузовская олимпиада вузов Томской области (ОРМО)

Общий балл	Дата	Ф.И.О. членов жюри	Подписи членов жюри
20б	5.04.21	Гендрихо И.Ю.	

№1

$x - ?$

$\sqrt{x^2+2020} - x \in Z$

$\sqrt{x^2+2} - \sqrt{x^2+2020} \in Z$

$2x - \sqrt{x^2+2020}$

Решение:

Разность двух чисел - целое число только в 2 случаях:

1) Когда оба числа целые;

2) дробные части обоих чисел равны.

Рассмотрим случай 2:

из условия следует, что $\{2x\} = \{\sqrt{x^2+2020}\} = \{\sqrt{x^2+2}\} = \{x\} \Rightarrow \{2x\} = \{x\} \Rightarrow x \in Z$, т.к. только при $\{x\} = 0$ $\{2x\} = 0 = \{x\} \Rightarrow \sqrt{x^2+2020} \in Z$ и $\sqrt{x^2+2} \in Z$.

Рассмотрим систему:

$$\begin{cases} \sqrt{x^2+2020} \in Z \\ \sqrt{x^2+2} \in Z \\ x \in Z \end{cases}$$

5 б

$\sqrt{x^2+2} \in Z$ тогда и только тогда, когда $x^2 = 2$? $\Rightarrow x = \pm\sqrt{2}$, а $x = \pm\sqrt{2} \notin Z \Rightarrow$

$\Rightarrow$ система неверна и не имеет решений

Недост. обоснование

Ответ: не существует

1	2	3	4	5
5	3	5	4	3

Место для скобы

Шифр 004291

№2

1) $\begin{cases} 5xy+yz+2xz=-x \\ 14xy+3yz+5xz=-4x \\ 2xy+xz=4x \end{cases}$ $\begin{cases} 5xy+yz+2xz=-x \\ 14xy+3yz+5xz=-2xy-xz \\ 2xy+xz=4x \end{cases}$ $\begin{cases} 5xy+yz+2xz=-x \\ 16xy+3yz+6xz=0 \quad |:3 \\ 2xy+xz=4x \end{cases}$

$\begin{cases} 5xy+yz+2xz=-x \\ 2xz=-\frac{16xy+3yz}{3} \\ 2xy+xz=4x \end{cases}$ $\begin{cases} 5xy+yz-\frac{16xy+3yz}{3}=-x \quad |\cdot 3 \\ 2xz=-\frac{16xy+3yz}{3}=0 \\ 2xy+xz=4x \end{cases}$ $\begin{cases} 15xy+3yz-16xy-3yz=-3x \\ 2xz=-\frac{16xy+3yz}{3} \\ 2xy+xz=4x \end{cases}$

$\begin{cases} -xy=-3x \\ 2xz=-\frac{16xy+3yz}{3} \\ 2xy+xz=4x \end{cases}$ $\begin{cases} y=3 \\ 2xz=-\frac{16xy+3yz}{3} \\ 3\cdot 2x+xz=4x \end{cases}$ $\begin{cases} y=3 \\ 2xz=\frac{-16xy-3yz}{3} \\ 2x=-xz \end{cases}$ $\begin{cases} y=3 \\ -4x=\frac{-48x+18}{3} \quad |\cdot 3 \\ z=-2 \end{cases}$

$\begin{cases} y=3 \\ -12x=-48x+18 \\ z=-2 \end{cases}$ $\begin{cases} y=3 \\ 36x=18 \\ z=-2 \end{cases}$ $\begin{cases} y=3 \\ x=0{,}5 \\ z=-2 \end{cases}$ $(0{,}5;\ 3;\ -2)$

3 б

Ответ: $(0{,}5;\ 3;\ -2)$

Не все решения найдены

Место для скобы

Шифр 004291

№3

$$\begin{cases} f(0)+f(1)=0 \\ f(2)+f(3)=0 \end{cases}$$

$f(x)=2020$

$x_1+x_2-?$

Решение:

Представим $f(x)$ в виде ax^2+bx+c. Тогда:

$$\begin{cases} c+a+b+c=0 \\ 4a+2b+c+9a+3b+c=0 \end{cases} \quad \begin{cases} a+b+2c=0 \\ 13a+5b+2c=0 \end{cases} \quad \begin{cases} 2c=-a-b \\ 13a+5b-a-b=0 \end{cases} \quad \begin{cases} 2c=-a-b \\ 12a+4b=0 \end{cases} \quad \begin{cases} 2c=-a-b \\ b=3a \end{cases}$$

$$\begin{cases} 2c=-a-3a \\ b=3a \end{cases} \quad \begin{cases} 2c=-4a \\ b=3a \end{cases} \quad \begin{cases} c=-2a \\ b=3a \end{cases}$$

$ax^2+3ax-2a=2020$

$ax^2+3ax-2a-2020=0$

$D=(3a)^2-4(-2a-2020)=9a^2+8a+8080$

5 б

$$x_1=\frac{-3a+\sqrt{9a^2+8a+8080}}{2a} \qquad x_2=\frac{-3a-\sqrt{9a^2+8a+8080}}{2a}$$

в ответе ошибка

$$x_1+x_2=\frac{-3a+\sqrt{9a^2+8a+8080}-3a-\sqrt{9a^2+8a+8080}}{2a}=\frac{-6a}{2a}=-3$$

Ответ: -3

№4

4 б

$$\sqrt[2020]{2020\cdot 2021^{-1}}+\sqrt[2020]{2021\cdot 2019^{-1}}>2$$

По неравенству о средних:

$$\frac{\sqrt[2020]{2020\cdot 2021^{-1}}+\sqrt[2020]{2021\cdot 2019^{-1}}}{2}\geqslant \sqrt[2020]{\frac{2020}{2019}}$$

$$\sqrt[2020]{2020\cdot 2021^{-1}}+\sqrt[2020]{2021\cdot 2019^{-1}}\geqslant 2\sqrt[2020]{\frac{2020}{2019}} \Rightarrow \sqrt[2020]{2020\cdot 2021^{-1}}+\sqrt[2020]{2021\cdot 2019^{-1}}>2, \text{ т.к. } \sqrt[2020]{\frac{2020}{2019}}>1 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 2\sqrt[2020]{\frac{2020}{2019}}>2$$

чтд.

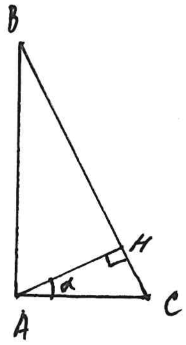
Место для скобы

Шифр 4291

№5

Дано:
$\triangle ABC$ – прямоуг.
$AB = m$
$AC = n$
$BC = k$
$AH = h$
$AH \perp BC$

Найти:
$k + h < m + n$?



Решение:

$k + h < m + n$

$k + n\cos\alpha < m + n$

$k < m + n(1 - \cos\alpha)$ (1)

Рассмотрим неравенство (1):

т.к. $\triangle AHC$ – прямоугольный, то $\begin{cases} \alpha < 90° \\ \alpha > 0° \end{cases}$ (если высота проведена из вершины)

или $0 < \alpha < 180°$ (если высота проведена из любой точки, кроме вершины)

• Рассмотрим случай $\alpha = 90°$:

$k < m + n(1 - \cos 90°)$

$k < m + n$ – верно по неравенству треугольника

• Рассмотрим случай $\alpha = 180°$: ?!

$k < m + n(1 - \cos 180°)$

$k < m + 2n$ (верно, т.к. $k < m + n$).

• $\cos\alpha$ убывает на промежутке $[1; -1]$

$\Rightarrow$

$\Rightarrow$ $k + h < m + n$ – верно, т.е. это возможно

Ответ: Да, возможно

Ответ неверный

3 б