07443

Шифр

ТКРЫТАЯ РЕГИОНАЛЬНАЯ МЕЖВУЗОВСКАЯ ОЛИМПИАДА «ОРМО»
ТИТУЛЬНЫЙ ЛИСТ
заключительного этапа

ет	Математика
нт	1
	9 Лз
ия	Вознесенских
	Данил
тво	Николаевич
ождения	01 (Число) 10 (Месяц) 2007 (Год)
а	РФ
(пр: Томская обл., инградская область)	Новосибирская область
ниципального образования , деревня, село, город)	город
енный пункт (пр: Томск, ово, Псков)	Карасук
е наименование вательного учреждения, ром Вы обучаетесь в время	МБОУ технический лицей № 176 Новосибирской области город Карасук

асие на обработку моих персональных данных и информирование меня посредством sms и e–mail зультатах и всех дальнейших мероприятиях, связанных с олимпиадой

Личная подпись Данил

1	2	3	4	5
1	2	3	1	7

Шифр 07443

Открытая региональная межвузовская олимпиада вузов Томской области (ОРМО)

Общий балл	Дата	Ф.И.О. членов жюри	Подписи членов жюри
14б	30.03.23	Гендрина	

№1 $2y^2 - xy - x^2 + 2y + 7x - 84 = 0$

$2y^2 + 2y - 84 = x^2 + xy - 7x$

$2(y^2 + y - 42) = x(x + y - 7)$

$D = 1^2 - 4 \cdot (-42) = 169$

$y = \frac{1 \pm 13}{2} \Rightarrow \left[\begin{array}{l} y_1 = 7 \\ y_2 = -6 \end{array}\right.$

$2(y+6)\cdot(y-7) = x\cdot(x+y-7)$

$(y+6)\cdot(y-7) = \frac{x\cdot(x+y-7)}{2}$

1) Если $x = 0$

$x + y - 7 = 0$ $x = 7 - y$

то $y = 7$

$(0; 7)$

2) Если $x = 7$, то $y = 0$

$7\cdot(7 + 0 - 7)$

3) Если $x = -7$, то $y = -14$

$-7\cdot(-7 + 14 - 7)$

4) Если $y = -6$, то $x = 13$

$x\cdot(x - 6 - 7) = x\cdot(x - 13)$

Ответ: $(0; 7)$; $(7; 0)$; $(-7; -14)$; $(13; -6)$

Негуглованные!

$x^2 + x\cdot(y-7)$

$D = (y-7)^2 - 4\cdot1\cdot0 =$

$= y^2 - 14y + 49 = 0$

$x = \frac{-(y-7) \pm \sqrt{(y-7)^2}}{2}$

$x = \frac{-(y-7) \pm (y-7)}{2}$

$\left[\begin{array}{l} x_1 = 0 \\ x_2 = -(y-7) \end{array}\right.$

$x\cdot(x - (-(y-7))) =$

$= x(x + (y-7))$

1б

скобы

12

Шифр 07443

№ 2 $x_n = 1 + 2^n + 3^n + 4^n + 5^n \ \vdots \ 2025$ 2025 $\vdots\ 25$ $\to 00$ $\to 25$ $\to 50$ $\to 75$

Утверждение частный случай малой теоремы Ферма

Предположим, что шесть последовательности $a_m, \dots, a_{m+4}$

делятся на 2025. Тогда числа $b_n = a_{n+1} - a_n = 2^n + 2\cdot 3^n + 3\cdot 4^n + 4\cdot 5^n$

делятся на 2025, при $n = m, m+1, m+2, m+3$. Аналогично, на 2025 делятся числа $c_n = b_{n+1} - 2b_n = 2\cdot 3_n + 6\cdot 4_n + 12\cdot 5_n$, при $n = m, m+1, m+2$.

Рассмотрев затем числа $d_n = c_{n+1} - 3c_n$ и $d_{n+1} - 4d_n$, мы в итоге придём к числу $24\cdot 5^n$, которое делится на простые числа 3 и 5. Поэтому, противоречие не важно

Ответ: да, существует.

№ 3 $(\sqrt{a} + \sqrt{b} + \sqrt{c})^2 \geq 3\cdot(a+b+c)$ $\forall a, b, c$ » + «

$\sqrt{a}^2 + 2\sqrt{a}(\sqrt{b} + \sqrt{c}) + (\sqrt{b} + \sqrt{c})^2 = a + 2\sqrt{ab} + 2\sqrt{ac} + b + c + 2\sqrt{bc} =$

$= (a+b+c) + 2\cdot(\sqrt{ab} + \sqrt{ac} + \sqrt{bc})$

$$\frac{(a+b+c) + 2(\sqrt{ab} + \sqrt{ac} + \sqrt{bc})}{(a+b+c)} \geq 3$$

$$\underbrace{\frac{(a+b+c)}{(a+b+c)}}_{1} + 2\cdot\frac{(\sqrt{ab} + \sqrt{ac} + \sqrt{bc})}{(a+b+c)} \geq 3$$

$$1 + 2\cdot\frac{(\sqrt{ab} + \sqrt{ac} + \sqrt{bc})}{(a+b+c)} \geq 3$$

$\begin{cases} a+b+c \neq 0 \\ \sqrt{ab} + \sqrt{ac} + \sqrt{bc} > 0 \end{cases}$, чтобы неравенство выполнялось.

Тогда $a > 0$, $b > 0$, $c > 0$.

скобы

Шифр 07443

№ 4

x^2+p_1x+1 $\quad$ x_1, x_2 - корень ур-ия $\quad (x-x_1)(x-x_2)$

x^2+p_2x+1 $\quad$ x_3, x_4 - корни ур-ия

$(x_1-x_3)(x_2-x_3)(x_1+x_4)(x_2+x_4) = p_2^2-p_1^2 = (p_2-p_1)(p_2+p_1)$

$$\left[\begin{array}{l} \begin{cases} x_1=x_3 \\ x_2=x_3 \end{cases} \Rightarrow x_1=x_2=x_3 \\ \begin{cases} x_1=-x_4 \\ x_2=-x_4 \end{cases} \Rightarrow x_1=x_2=-x_4 \end{array}\right] \Rightarrow \underline{x_1=x_2=x_3=-x_4}$$

Если $x_1=x_2$, то p_1 " + ", 2 корня положительные

Если $x_3=-x_4$, то p_2 " − ", 1 корня пол. / 1 кор. отр.

$x^2+p_1x+1=0$

$p_1x=-x^2-1$

$p_1=\frac{-x^2-1}{x}=-\frac{x^2+1}{x}$

$p_1^2=\left(-\frac{x^2+1}{x}\right)^2=\frac{(x^2+1)^2}{x^2}$

$p_1^2+p_2^2=\left(\frac{(x^2+1)^2}{x^2}-\frac{(x^2+1)^2}{x^2}\right)=0$

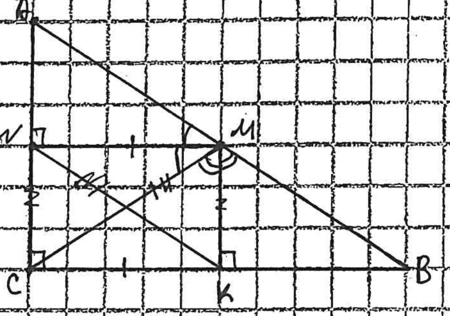
$x^2+p_2x+1=0$

$p_2x=-x^2-1$

$p_2=\frac{-x^2-1}{x}$

$p_2=\left(-\frac{x^2+1}{x}\right)^2=\frac{(x^2+1)^2}{x^2}$

№5



Дано: ΔABC – прямоугольный Δ
$\angle C = 90^\circ$
MK и MN – биссектр.
$\angle BMC$ и $\angle CMA$
$CM = NK$

Док-ть: M – середина гип. AB
$AM = MB$

Док-во.

1) Рассмотрим CNMK – четырёхугольник, у которого $NK = CM$ (из условия) ⇒ $MN = CK$ и $CN = MK$ – противопол. стороны четырёхугольника

2) Рассм. ΔCMB – равноб., т.к. MK – бисс. и выс. $\angle CMB$ ⇒ $CM = MB$

3) Рассм. ΔAMC – равноб., т.к. MN – бисс. и выс. $\angle AMC$ ⇒ $CM = AM$

4) Из (2) и (3) ⇒ $CM = MB = AM$ ⇒ M – явл. серединой гипотенузы AB.