Место для скобы

003520

Шифр

ОТКРЫТАЯ РЕГИОНАЛЬНАЯ МЕЖВУЗОВСКАЯ ОЛИМПИАДА ВУЗОВ ТОМСКОЙ ОБЛАСТИ «ОРМО»

ТИТУЛЬНЫЙ ЛИСТ
заключительного этапа

1.	Предмет	МАТЕМАТИКА
2.	Вариант	1
3.	Класс	9
4.	Фамилия	Воронин
	Имя	Семён
	Отчество	Юрьевич
5.	Дата рождения	Число: 14; Месяц: 08; Год: 2005
6.	Регион *(пр: Томская обл., Алтайский край)*	Томская Область
7.	Вид муниципального образования *(пр: село, город, пгт, деревня)*	село
8.	Населенный пункт *(пр: Томск, Кемерово, Асино)*	Бакчар
9.	Полное наименование образовательного учреждения, в котором Вы обучаетесь	Муниципальное Бюджетное Общеобразовательное Учреждение „Бакчарская Средне Образовательная Школа"

Даю согласие на обработку моих персональных данных и информирование меня посредством sms и e–mail о моих результатах и всех дальнейших мероприятиях, связанных с олимпиадой

Личная подпись ____________________

Место для скобы

Шифр 003520

Открытая региональная межвузовская олимпиада вузов Томской области (ОРМО)

Общий балл	Дата	Ф.И.О. членов жюри	Подписи членов жюри
28б	3.04.21	Гендрина И.Ю.	

№3

Подставим значения x и y в 1-ое уравнение:

$y=x^2+ax+b$

$1=1+a+b$

$0=a+b \Rightarrow a=-b$

Подставим значения x и y во 2-ое уравнение

$y=x^2+cx+d$

$1=1+c+d$

$0=c+d \Rightarrow c=-d$

7б

Рассмотрим неравенство $a^{2021}+d^{2020}>c^{2020}-b^{2021}$:

$d^{2020}=c^{2020}$ т.к Любое число в чётной степени положительное, а числа d и c обратные друг другу $\Rightarrow a^{2021}+\cancel{d^{2020}}-\cancel{c^{2020}}>-b^{2021}$

Рассмотрим неравенство $a^{2021}>-b^{2021}$; $a=-b \Rightarrow -b^{2021}>-b^{2021}$, но это неверное неравенство.

Ответ: это невозможно

1	2	3	4	5
7	7	7	4	2

Место для скобы

Шифр 003520

№1

$$\frac{2(a^4b+ab^4)}{a^2-ab+b^2}-\frac{(b^4-a^4)(b+a)}{a^2-b^2} \quad \text{при } a=-\underbrace{1,4\ldots44}_{2021};\ b=-\underbrace{1,5\ldots55}_{2020}$$

$$\frac{2ab(a^3+b^3)}{a^2-ab+b^2}-\frac{((b^2)^2-(a^2)^2)(b+a)}{a^2-b^2}=\frac{2ab(a+b)\cancel{(a^2-ab+b^2)}}{\cancel{a^2-ab+b^2}_{1}}-\frac{-\cancel{(a^2-b^2)}(b^2+a^2)(b+a)}{\cancel{a^2-b^2}_{1}}$$

$$2ab(a+b)+(b^2+a^2)(b+a)=(a+b)(b^2+2ab+a^2)=(b+a)(a+b)^2=(a+b)^3$$

$$a+b=-3 \Rightarrow (a+b)^3=(-3)^3=-27$$

7б

Ответ: -27

№4

$$a^4+b^4+c^4 \geq a^2bc+b^2ac+c^2ab$$

4б

Преобразуем левую часть уравнения:

$$\frac{2(a^4+b^4+c^4)}{2}=\frac{a^4+b^4}{2}+\frac{a^4+c^4}{2}+\frac{b^4+c^4}{2}\geq a^2bc+b^2ac+c^2ab$$

$$\frac{a^4+b^4+a^4+c^4+c^4+b^4}{2}\geq\frac{a^2b^2+a^2c^2}{2}+\frac{a^2b^2+b^2c^2}{2}+\frac{a^2c^2+b^2c^2}{2}=abc(a+b+c)$$

$$abc(a+b+c)=a^2bc+b^2ac+c^2ab \geq a^2bc+b^2ac+c^2ab$$

ч.т.д.

Ответ: $a^4+b^4+c^4\geq a^2bc+b^2ac+c^2ab$

Место для скобы

Шифр 003520

№2

$$\begin{cases} x^2+2y^2-2xz=100 \\ 2xy-z^2=100 \end{cases}$$

$x^2+2y^2-2xz=2xy-z^2$

$x^2+2y^2-2xz-2xy+z^2=0$

7б

$(x^2-2xy+y^2)+(x^2-2xz+z^2)+y^2-x^2=0$

$\underset{\geq 0}{(x-y)^2}+\underset{\geq 0}{(x-z)^2}+\underset{\geq 0}{y^2}-x^2=0 \Rightarrow x=y;\ x=z;\ z=y \Rightarrow x=y=z \Rightarrow$

$x^2+2y^2-xz=100=x^2+2x^2-2x^2=100=x^2 \Rightarrow$

$x^2=100$

$x=\pm 10 \Rightarrow y=\pm 10;\ z=\pm 10$

Ответ: $(10;10;10);\ (-10;-10;-10)$

Место для скобы

Шифр

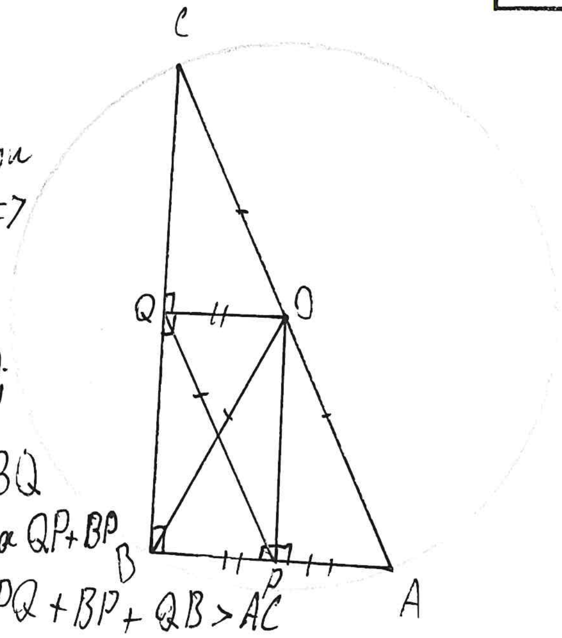
№5

Дано:
$\triangle ABC$
$P \in AB$
$Q \in BC$
O-ц. опис. окр.
$AOC = 2POQ$

Д-ть: $P_{PBQ} < AC$

Решение:

Пусть $\angle B = 90^\circ \Rightarrow O$ лежит на середине $AC \Rightarrow AO = OC$; $\Rightarrow \angle AOC = 180^\circ \Rightarrow POQ = 90^\circ$.
пусть $QO \parallel AB \Rightarrow QO = \frac{1}{2}AB$
$\Rightarrow OP \parallel CB \Rightarrow BP = AP = QO$;
$QO \perp CB$; $OP \perp BA \Rightarrow$
$\Rightarrow \triangle AOP \backsim \triangle OCQ \backsim \triangle OBQ$
$\backsim \triangle PQB \Rightarrow QP = \frac{1}{2}AC$, а $QP + BP$
$QP + BP > \frac{1}{2}AC \Rightarrow P_{\triangle PBQ} = PQ + BP + QB > AC$



Ответ: $P_{\triangle PBQ} > AC$

Частный случай

2б