Место для скобы

ОРМ ОМ6-27

Шифр

ОТКРЫТАЯ РЕГИОНАЛЬНАЯ МЕЖВУЗОВСКАЯ ОЛИМПИАДА ВУЗОВ ТОМСКОЙ ОБЛАСТИ «ОРМО»

ТИТУЛЬНЫЙ ЛИСТ
заключительного этапа

1.	Предмет	математика
2.	Вариант	2
3.	Класс	11
4.	Фамилия	ВОЛОКИТИН
	Имя	ТИМОФЕЙ
	Отчество	ЛЬВОВИЧ
5.	Дата рождения	06 (Число) 09 (Месяц) 2003 (Год)
6.	Страна	Российская Федерация
7.	Регион *(пр: Томская обл., Алтайский край)*	Свердловская область
8.	Вид муниципального образования *(пр: село, город, пгт, деревня)*	Город
9.	Населенный пункт *(пр: Томск, Кемерово, Псков)*	Екатеринбург
10.	Полное наименование образовательного учреждения, в котором Вы обучаетесь	МАОУ лицей № 110 им. Л. К. Гришиной

Даю согласие на обработку моих персональных данных и информирование меня посредством sms и e–mail о моих результатах и всех дальнейших мероприятиях, связанных с олимпиадой

Личная подпись ______

Место для скобы

Шифр ОРМОМ6-27

Открытая региональная межвузовская олимпиада вузов Томской области (ОРМО)

Общий балл	Дата	Ф.И.О. членов жюри	Подписи членов жюри
16		Правшина Т.А.	[signature]

№ 2

$\sin x + \sin^3 x + 2021\sin^5 x = \cos(2x) + \cos^3(2x) + 2021\cos^5(2x)$

$\cos(2x) = \cos^2 x - \sin^2 x = 1 - 2\sin^2 x)$

$\sin x + \sin^3 x + 2021\sin^5 x = 1 - 2\sin^2 x + (1 - 2\sin^2 x)^3 + 2021(1 - 2\sin^2 x)^5$

Замена $\sin x = t$

$t + t^3 + 2021t^5 = (1 - 2t^2) + (1 - 2t^2)^3 + 2021(1 - 2t^2)^5$

1) ~~Неравенство~~ Равенство выполнено при $t = 1 - 2t^2$

$2t^2 + t - 1 = 0$

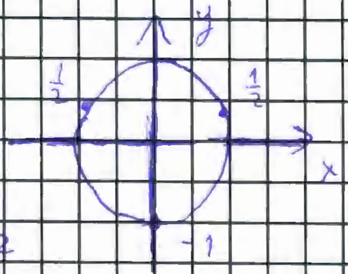
$D = 1 + 8 = 9$

$t_{1,2} = \frac{-1 \pm 3}{4}$

$\left[\begin{array}{l} t_1 = -1 \\ t_2 = \frac{1}{2} \end{array}\right.$

Обратная замена:

$\left[\begin{array}{l} \sin x = -1 \\ \sin x = \frac{1}{2} \end{array}\right.$



$\left[\begin{array}{l} x = -\frac{\pi}{2} + 2\pi k,\ k \in Z \\ x = \frac{\pi}{6} + 2\pi n;\ n \in Z \\ x = \frac{5\pi}{6} + 2\pi l;\ l \in Z \end{array}\right.$

4

№1

$\frac{1}{x}-\frac{1}{x^2+2020}$, $x-\frac{1}{x}$, $\frac{1}{x^2+2020}-\frac{1}{x}$ – являются целыми

1) Рассмотрим число $x-\frac{1}{x}$ $\boxed{x\neq 0}$

$x-\frac{1}{x}=\frac{x^2-1}{x}$

При $x=1$: данное число равно нулю, однако этот корень не ~~подх~~ подходит, так как при $x=1$: $\frac{1}{x}-\frac{1}{x^2+2020}=$
$=1-\frac{1}{2021}=\frac{2020}{2021}$ – не является целым числом

При других целых x: $\frac{x^2-1}{x}$ не может являться целым числом, т.к x^2 делится на x без остатка, поэтому x^2-1 не может без остатка делиться на x.

То есть среди целых чисел такого числа x не существует (если хотя бы одно число из трех будет нецелым, то заданное условие выполняться не будет)

2) Предположим, что x – нецелое число

$x-\frac{1}{x}=\frac{x^2-1}{x}$

$x^2-1=kx$; k – целое число

$x^2-kx-1=0$

$D=k^2+4$

$x_{1,2}=\frac{k\pm\sqrt{k^2+4}}{2}$

$\left[\begin{array}{l} x_1=\frac{k+\sqrt{k^2+4}}{2} \\ x_2=\frac{k-\sqrt{k^2+4}}{2} \end{array}\right.$

№1 (продолжение)

$$\left[\begin{array}{l} x_1 = \frac{k+\sqrt{k^2+4}}{2} \\ x_2 = \frac{k-\sqrt{k^2+4}}{2} \end{array}\right.$$

Можно проверить, будут ли эти три числа целыми, подставив в них x_1 и x_2

1) ~~$x + \frac{1}{x}$~~

Целых чисел получиться не будет

7

Ответ: ~~нельзя~~ не существует

№3

$p(t) = t^n + 5t^{n-1} + 3$; $n > 1$; n - целое число

Для $n = 2$

2

$p(t) = t^2 + 5t + 3$

$D = b^2 - 4ac = 25 - 12 = 13$

$t_{1,2} = \frac{-5 \pm \sqrt{13}}{2}$

$p(t) = \left(t - \frac{-5+\sqrt{13}}{2}\right)\left(t - \frac{-5-\sqrt{13}}{2}\right)$

Многочлен нельзя представить в виде положительной степени с целыми коэффициентами