

Открытая региональная межвузовская олимпиада вузов Томской области (ОРМО)

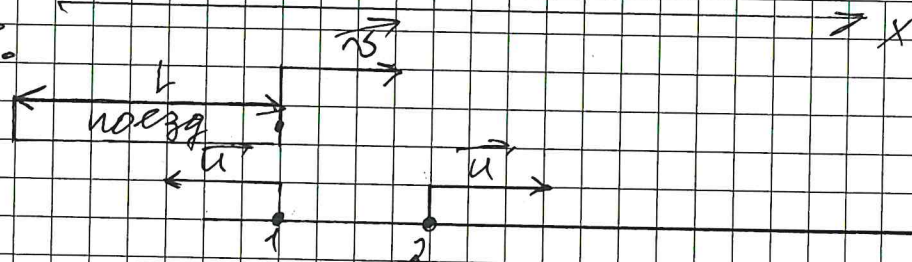
Общий балл	Дата	Ф.И.О. членов жюри	Подписи членов жюри
88	28.03.2023	Ехов Д.М.	

Задача 1:

1/2 3/4 1/5
15/5 20/18/20

88

Задача 1:



Для упрощения задачи обозначим поезд и пассажиров как материальные точки. Значит, что поезд пройдет ~~всю~~ свою длину l относительно каждого из пассажиров, когда будет проходить мимо них. Так как он движется по такой же траектории относительно пассажиров то и скорость нужно брать относительно него. Рассчитаем ее для каждого из пассажиров по закону сложения скоростей ($\vec{v}_{абс} = \vec{v}_{отн} + \vec{v}_{др}$) и запишем уравнения вращения для каждого случая, в том числе и ~~для~~ ^{для} ~~пого, что~~ когда $\vec{v}_{пер}$ (скорость пассажира) равна нулю

$$\vec{v} = \vec{u} + \vec{v}_1$$

$$v = -u + v_1 \Rightarrow v_1 = v + u$$

$$\vec{v} = \vec{u} + \vec{v}_2$$

$$v = u + v_2 \Rightarrow v_2 = v - u$$

$$v_1 = \frac{l}{t_1} \quad \Rightarrow \quad t_1 = 2$$

$$v_2 = \frac{l}{t_2}$$

$$\vec{v} = v \vec{e}_x + \vec{v}_3 + 0$$

$$v = v_3$$

$$v_3 = \frac{l}{t_x} \Rightarrow t_x = \frac{l}{v_3} = \frac{l}{v}$$

$$\frac{l}{v+u} = \frac{l}{v-u} \Rightarrow t_1 = \frac{l}{v+u} \quad \Rightarrow \quad l = t_1(v+u)$$

$$t_2 = \frac{l}{v-u} \quad \Rightarrow \quad l = t_2(v-u)$$

Задача 1.

$$t_1 v + t_1 u = t_2 v - t_2 u$$

$$u(t_1 + t_2) = v(t_2 - t_1) \Rightarrow u = v \cdot \frac{t_2 - t_1}{t_1 + t_2}$$

$$v t_1 = \frac{l}{v + u} = \frac{l}{v + v \cdot \frac{t_2 - t_1}{t_1 + t_2}} = \frac{l(t_1 + t_2)}{2vt_2} \Rightarrow \frac{l}{v} = \frac{2t_1 t_2}{t_1 + t_2} = t_x$$

$$t_x = \frac{2 \cdot 14c \cdot 21c}{14c + 21c} = 16,8c$$

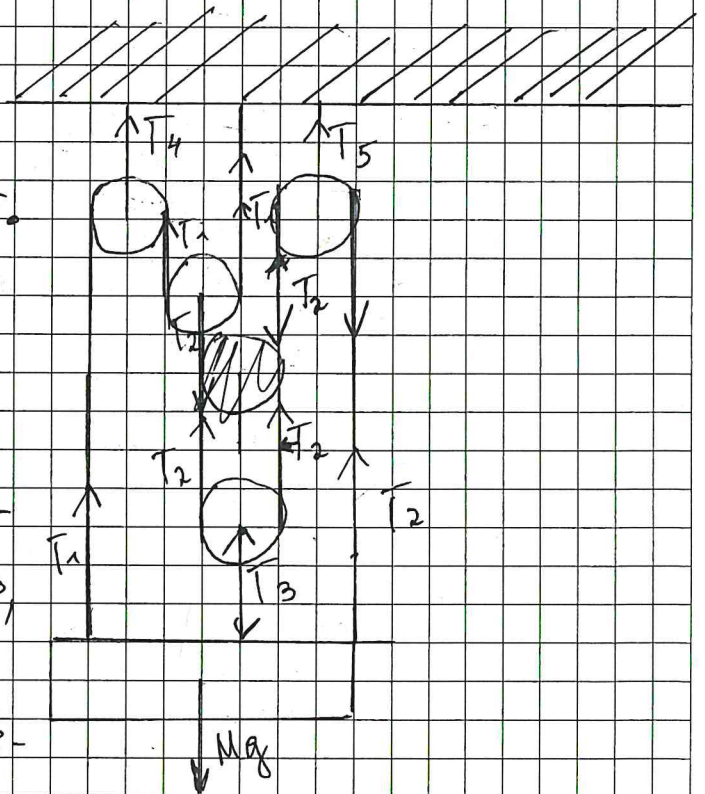
Ответ: $t_x = 16,8c$

Задача 2.

Отметим на рисунке силы натяжения нитей.

В каждой точке одной нити действует одна и та же сила. Иначе нить не была бы сбалансирована. Отметим $F_{тяж} = Mg$, действующую на балку.

Запишем условия равновесия блоков и балки через силы, действующие на них.



$$T_3 = 2T_2; T_5 = 2T_2; T_2 = 2T_1; T_4 = 2T_1$$

$$Mg = T_1 + T_3 + T_2 = T_1 + 2T_2 + T_2 = 6T_1 + T_1 = 7T_1$$

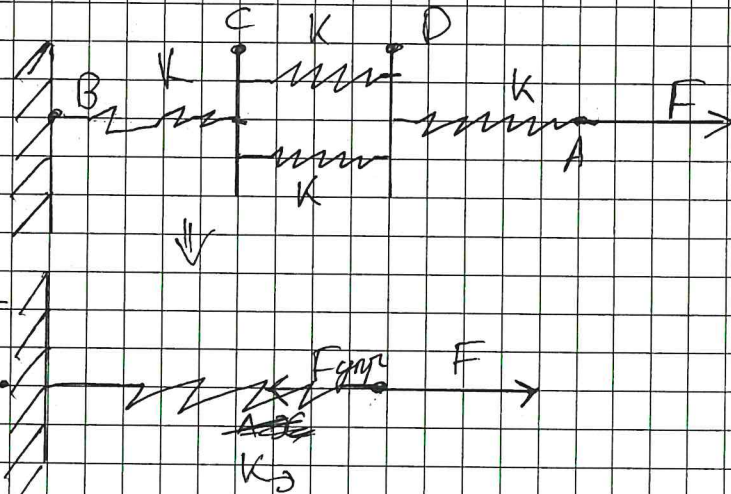
$$T_1 = \frac{Mg}{7} \Rightarrow T_2 = T_4 = 2T_1 = \frac{2Mg}{7}$$

$$\Rightarrow T_3 = T_5 = 2T_2 = \frac{4Mg}{7}$$

Ответ: $T_1 = \frac{Mg}{7}; T_2 = T_4 = \frac{2Mg}{7}; T_3 = T_5 = \frac{4Mg}{7}$

Задача 3:

Для начала заменим всю систему на одну пружину эквивалентную первым четырём пружинам. Тогда можно будет считать, что именно её растяжение составляет Δx .



$$\begin{cases} F = F_{уп} \\ F_{уп} = k_0 \Delta x \end{cases} \Rightarrow F = k_0 \Delta x$$

Для перед вычислениями k_0 заметим, что система состоит из последовательно соединённых участков BC, CD, DA, а участок BC в свою очередь состоит из параллельно

последовательных пружинок. Вычисляем коэффициент жесткости участка CD, а затем и всей пружинок

$$K_{CD} = K + K \quad (\text{параллельное соединение пружинок})$$

$$K_{CD} = 2K$$

$$\frac{1}{K_3} = \frac{1}{K_{BC}} + \frac{1}{K_{CD}} + \frac{1}{K_{DA}} \quad (\text{последовательное соединение пружинок})$$

$$\frac{1}{K_3} = \frac{1}{K} + \frac{1}{2K} + \frac{1}{K} \Rightarrow K_3 = \frac{2}{5} K$$

$$F = K_3 \Delta x = \frac{2}{5} K \Delta x \Rightarrow F = \frac{2}{5} K \Delta x$$

$$F = \frac{2 \cdot 100 \frac{H}{m} \cdot 0,11 m}{5} = \frac{2 \cdot 100 \frac{H}{m} \cdot 0,11 m}{5} = 4,4 H$$

Ответ: $F = 4,4 H$

Задача 4:

Чтобы керосин не

вытек из необходимо

чтобы давление в точке

A со стороны воды и со

стороны керосина было

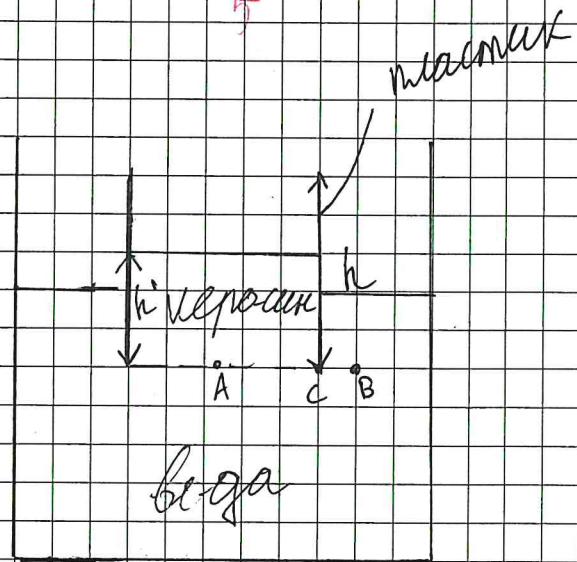
одинаково. Максимальная

масса керосина будет

в том случае, когда в нем не

останется воды. Рассчит-

аем подобный случай.



По закону Паскаля

$$P_B = P_C = P_A$$

$$P_A = \rho_k h g$$

$$P_B, P_C = \rho_{nl} h g$$

$\rho_c = \rho_{пл} h g$, так як ми розглядаємо невеликий
столбик масла з площею ΔS . Тоді гравітаційне, яке
яке, яке оті оказує в точці С равно

$$\frac{\Delta m g}{\Delta S} = \frac{\rho_{пл} h \Delta S g}{\Delta S} = \rho_{пл} h g$$

$$\rho_k h' g = \rho_{пл} h g \Rightarrow h' = \frac{\rho_{пл}}{\rho_k} h$$

$$\left. \begin{cases} m_{k_{max}} = \rho_k V_k \\ V_k = S \cdot h' \\ S = \pi R^2 \end{cases} \right| \Rightarrow m_{k_{max}} = \rho_k \cdot \frac{\rho_{пл} h}{\rho_k} \cdot \pi R^2 = \rho_{пл} h \pi R^2$$

$$m_{k_{max}} = \rho_{пл} h \pi R^2$$

$$m_{k_{max}} = 350 \frac{кг}{м^3} \cdot 0,05 м \cdot 3,14 \cdot (0,12)^2 м^2$$

$$= 0,79 кг \quad 0,79128 кг = \cancel{791,28 г} \quad 791,28 г$$

$$m_k \leq m_{k_{max}}$$

Ответ: $m_k \leq 791,28 г$

Задача 5:

Введём величины V_n - объём нефти, V_0 - объём
порошки, m_b - масса воды в сосуде

Запишем уравнение теплового баланса

для каждого из случаев:

$$\sum Q_i + Q_b = 0$$

$$Q_1 = Q_n + Q_0$$

$$Q_n = \rho_n (m_n - m_{n0}) c_n (t_1 - t_0) + c_b (m_b - m_{b0}) (t_1 - t_0)$$

$$Q_0 = c_b \rho_b V_0 (t_1 - t_0)$$

$$Q_b = c_b m_b (t_1 - t_0) \quad t = 0$$

$$P_n (V_n - V_0) (\lambda + c\beta t_1) = P_0 V_0 c\beta t_1 = c\beta m\beta \cdot (t_0 - t_1)$$

$$V_0 \Downarrow = \frac{c\beta m\beta (t_0 - t_1) - P_n (V_n - V_0) (\lambda + c\beta t_1)}{P_0 c\beta t_1}$$

$$P_n (V_n - V_0) (\lambda + c\beta t_2) = c\beta m\beta (t_0 - t_2)$$

$$V_n - V_0 = m\beta = \frac{P_n (V_n - V_0) (\lambda + c\beta t_2)}{c\beta (t_0 - t_2)}$$

$$P_0 c\beta t_1 V_0 = \frac{P_n (V_n - V_0) (\lambda + c\beta t_2) (t_0 - t_1)}{t_0 - t_2} -$$

$$= \frac{P_n (V_n - V_0) (\lambda + c\beta t_1) (t_0 - t_2)}{t_0 - t_2} - \frac{P_n (V_n - V_0)}{t_0 - t_2} =$$

$$= \frac{P_n (V_n - V_0) (\lambda + c\beta t_0) (t_2 - t_1)}{t_0 - t_2} \quad 5$$

$$P_n V_n (\lambda + c\beta t_0) (t_2 - t_1) - P_n V_0 (\lambda + c\beta t_0) \cdot (t_2 - t_1) = P_0 c\beta t_1 V_0 P_0 c\beta t_1 (t_0 - t_2)$$

$$P_n V_n (\lambda + c\beta t_0) (t_2 - t_1) = V_0 (P_0 c\beta t_1 (t_0 - t_2) + P_n (\lambda + c\beta t_0) (t_2 - t_1))$$

$$V_0 = \frac{P_n (\lambda + c\beta t_0) (t_2 - t_1)}{P_n (\lambda + c\beta t_0) (t_2 - t_1) + P_0 c\beta t_1 (t_0 - t_2)} \quad 5$$

$$\frac{V_0}{V_n} = \frac{P_n (\lambda + c\beta t_0) (t_2 - t_1)}{P_n (\lambda + c\beta t_0) (t_2 - t_1) + P_0 c\beta t_1 (t_0 - t_2)}$$

$$\rho_{cp} = \frac{\rho_n \overline{V}}{V_n} = \frac{\rho_n (V_n - V_0)}{V_n} = \rho_n \left(1 - \frac{V_0}{V_n}\right)$$

$$\rho_{cp} = \rho_n \left(1 - \frac{\rho_n (\lambda + c_b t_0) (t_2 - t_1)}{\rho_n (\lambda + c_b t_0) (t_2 - t_1) + \rho_b c_b t_1 (t_0 - t_2)}\right)$$

$$\rho_{cp} = 900 \left(1 - \frac{900 (330.000 + 4.200 \cdot 50) \cdot 2}{900 (330.000 + 4.200 \cdot 50) \cdot 2 + 1000 \cdot 4.200 \cdot 10 \cdot 38}\right)$$

$$= 900 \left(1 - \frac{942 \cdot 10^6}{2.568 \cdot 10^6}\right) = 559 \frac{\text{кг}}{\text{м}^3}$$

Ответ: $\rho_{cp} = 559 \frac{\text{кг}}{\text{м}^3}$

Применение к Задаче 5:

Уравнение теплового баланса для случая II:

$$\begin{cases} Q_2 + Q_{в2} = 0 \\ Q_2 = \rho_1 m_1' a (\lambda + c_b \epsilon_2) (V_1 - V_0) (\lambda + c_b \epsilon_2) \\ Q_{в2} = c_b m_b (\epsilon_2 - \epsilon_0) \quad \epsilon = 0 \end{cases}$$

$$\Downarrow$$

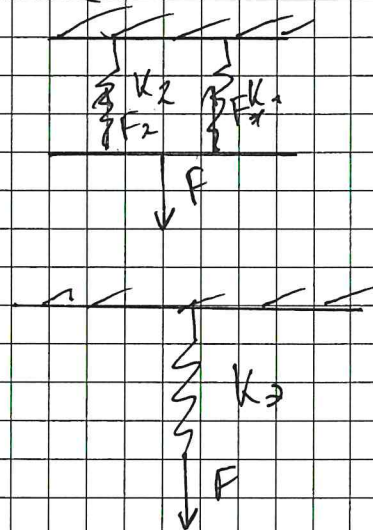
$$\rho_1 (V_1 - V_0) (\lambda + c_b \epsilon_2) = c_b m_b (\epsilon_0 - \epsilon_2)$$

Применение к Задаче 3:

Доказать формулы эвивов для эвиво-ленговых пружинок.

I. Параллельное соединение

$$\begin{cases} F = F_1 + F_2 \quad (F_1, F_2 - \text{силы упр.}) \\ F_1 = k_1 \Delta x \\ F_2 = k_2 \Delta x \\ F = k_3 \Delta x \end{cases}$$



$$\Downarrow$$

$$k_3 \Delta x = (k_1 + k_2) \cdot \Delta x$$

$$\Downarrow$$

$$k_3 = k_1 + k_2$$

II. Последовательное соединение

$$\begin{cases} F = F_2 \\ F_2 = F_1 \\ F_1 = k_1 \Delta x_1 \\ F_2 = k_2 \Delta x_2 \\ F = k_3 (\Delta x_1 + \Delta x_2) \end{cases}$$

$$\begin{cases} \Delta x_1 = \frac{F}{k_1} \\ \Delta x_2 = \frac{F}{k_2} \\ F = k_3 (\Delta x_1 + \Delta x_2) \end{cases}$$

$$F = k_3 \left(\frac{F}{k_1} + \frac{F}{k_2} \right) \cdot F$$

$$\frac{1}{k_3} = \frac{1}{k_1} + \frac{1}{k_2}$$

