Место для скобы

004268

Шифр

ОТКРЫТАЯ РЕГИОНАЛЬНАЯ МЕЖВУЗОВСКАЯ ОЛИМПИАДА ВУЗОВ ТОМСКОЙ ОБЛАСТИ «ОРМО»

ТИТУЛЬНЫЙ ЛИСТ
заключительного этапа

1.	Предмет	математика
2.	Вариант	2
3.	Класс	10
4.	Фамилия	ВАСИЛЬЕВА
	Имя	НАТАЛЬЯ
	Отчество	ИВАНОВНА
5.	Дата рождения	14 (Число) 04 (Месяц) 2004 (Год)
6.	Страна	Россия
7.	Регион *(пр: Томская обл., Алтайский край)*	Республика Саха (Якутия)
8.	Вид муниципального образования *(пр: село, город, пгт, деревня)*	город
9.	Населенный пункт *(пр: Томск, Кемерово, Псков)*	Якутск
10.	Полное наименование образовательного учреждения, в котором Вы обучаетесь	ГБНОУ РС(Я) "Республиканский лицей-интернат"

Даю согласие на обработку моих персональных данных и информирование меня посредством sms и e–mail о моих результатах и всех дальнейших мероприятиях, связанных с олимпиадой

Личная подпись ________

Место для скобы

Шифр 004268

Открытая региональная межвузовская олимпиада вузов Томской области (ОРМО)

Общий балл	Дата	Ф.И.О. членов жюри	Подписи членов жюри
31б	5.04.21	Гендрина И.Ю.	[подпись]

Задача 1

Пусть все эти три числа - целые: $\sqrt{x^2+2020}-x$; $\sqrt{x^2+2}-\sqrt{x^2+2020}$; $2x-\sqrt{x^2+2020}$

$$+\frac{\begin{matrix}2\cdot\sqrt{x^2+2020}-2x\\ \cancel{2x}-\sqrt{x^2+2020}\end{matrix}}{\sqrt{x^2+2020}}$$

Если ~~вх~~ к целому числу прибавить целое, то должно получиться целое число

$\sqrt{x^2+2020}$ — целое число. Значит, x - тоже целое число. ($\sqrt{x^2+2020}-x$ - целое число)

Тогда, если $\sqrt{x^2+2020}$ - целое, то и $\sqrt{x^2+2}$ - целое, так как мы предположили, что $\sqrt{x^2+2}-\sqrt{x^2+2020}$ - целое число.

Заметим, тогда, что x^2+2020 и x^2+2 - квадраты целого числа. Рассмотрим остатки от деление на 4:

a	a^2
0	0
1	1
2	0
3	1

— квадрат может иметь от деление на 4 только остаток 0 или 1.

Значит, $x^2 \overset{4}{\equiv} 1; 0$ $\quad 2020 \overset{4}{\equiv} 0$ $\quad 2 \overset{4}{\equiv} 2$.

7б

Но x^2+2 не может быть квадратом целого числа, так как $x^2+2 \overset{4}{\equiv} (1+2=3); (0+2)=2$, что не является остатком квадрата ~~от~~ деления на ~~целое~~ 4. Значит, $\sqrt{x^2+2}$ - не целое число $\Rightarrow$ $\sqrt{x^2+2}-\sqrt{x^2+2020}$ - ~~не может~~ целое, тогда $\sqrt{x^2+2020}$ - не целое, что ~~против~~ приводит к противоречию.

Ответ: такого числа не существует.

Задача 2

$$\begin{cases} xy+yz+2xz=-x \\ 14xy+3yz+5xz=-4x \\ 2xy+xz=4x \end{cases}$$

$$+\frac{\begin{matrix}14xy+3yz+5xz=-4x\\ 2xy \qquad +xz=4x\end{matrix}}{16xy+3yz+6xz=0.}$$

3б

1	2	3	4	5
7	3	7	7	7

место для скобы

Шифр 004268

$5xy+yz+2xz=-x \mid \cdot 3 = 15xy+3yz+6xz=-3x$

$-\begin{array}{l}16xy+3yz+6xz=0\\ 15xy+3yz+6xz=-3x\end{array}$

$xy=3x$ Если $x=0$, тогда y или z тоже равны 0, значит одно из них равно 0, другое может принимать любые значения

иначе:

$y=3.$

$2xy+xz=4x \mid :x \quad 2y+z=4 \quad z=4-2y=4-6=-2$

$5x3+(-2)\cdot 3+2x(-2)=-x$

$(15-4+1)x=6 \quad 12x=6 \quad x=\frac{1}{2}.$

Ответ: $x=0$, $y=0$, z - любое число
$x=0$, $z=0$, y - любое число
$x=\frac{1}{2}$, $z=-2$, $y=3$.

Не все решения найдены

Задача 3

$f(x)=ax^2+bx+c$

$f(0)+f(1)=a\cdot 0+b\cdot 0+c+a\cdot 1+b\cdot 1+c=a+b+2c=0$

$f(2)+f(3)=a\cdot 4+b2+c+a\cdot 9+b3+c=a13+b5+2c=0.$

7б

~~x_1+~~ пусть $f(x_{1,2})=2020$, тогда ~~$x_1+x_2=\frac{-b\pm\sqrt{D}}{}$~~

$ax_{1,2}^2+bx_{1,2}+(c-2020)=0$, тогда $x_1+x_2=\frac{-b+\sqrt{b-4a(c-2020)}}{2a}+\frac{-b-\sqrt{b-4a(c-2020)}}{2a}$

$=\frac{-2b}{2a}=-\frac{b}{a}.$

$a+b+\cancel{2c}=a13+b5+\cancel{2c}$

$a+b=a13+b5 \Rightarrow a12+b4=0 \quad a3+b=0 \quad b=-a3.$

$x_1+x_2=-\frac{b}{a}=-\frac{(-a3)}{a}=-(-3)=3$

Ответ: 3

Задача 4

7б

$\sqrt[2020]{2020\cdot 2021}+\sqrt[2020]{2021\cdot 2019}=\sqrt[2020]{\frac{2020}{2021}}^{\,1^0}+\sqrt[2020]{\frac{2021}{2019}}^{\,1^0}$

по неравенству Коши:

$$\frac{\sqrt[2020]{\frac{2020}{2021}}+\sqrt[2020]{\frac{2021}{2019}}}{2} \geqslant \sqrt[2]{\sqrt[2020]{\frac{2020}{2021}}\cdot\sqrt[2020]{\frac{2021}{2019}}} = \sqrt[2]{\sqrt[2020]{\frac{2020}{2019}}}.$$

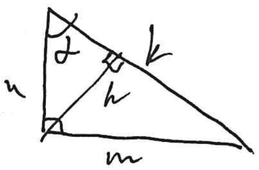
$$\sqrt[2020]{\frac{2020}{2021}}+\sqrt[2020]{\frac{2021}{2019}} \geqslant 2\sqrt[4040]{\frac{2020}{2019}}$$

Заметим, что $\frac{2020}{2019}>1 \Rightarrow \sqrt[4040]{\frac{2020}{2019}}>1 \Rightarrow 2\sqrt[4040]{\frac{2020}{2019}}>2.$

$$\Downarrow$$

$$\sqrt[2020]{\frac{2020}{2021}}+\sqrt[2020]{\frac{2021}{2019}}>2,$$ ч.т.д.

Задание 7



$h+k<m+n\ (?)$

$\sin\alpha=\frac{m}{k}.$ $\quad k=\sqrt{n^2+m^2}$

$h=n\cdot\sin\alpha=\frac{nm}{k}.$

$h+k=\frac{nm}{k}+k=\frac{nm+k^2}{k} \vee m+n$

$nm+k^2 \vee (m+n)k.$

$nm+n^2+m^2 \vee (m+n)\sqrt{n^2+m^2}$

Возведем в квадрат, при этом так как числа все положительны знак неравенства не поменяется

$\cancel{n^2m^2}+\cancel{n^3m}+\cancel{nm^3}+\cancel{n^3m}+\cancel{n^4}+\cancel{n^2m^2}+\cancel{m^3n}+m^2n^2+\cancel{m^4}$

$\vee\ \cancel{n^2m^2}+\cancel{m^4}+\cancel{n^4}+\cancel{n^2m^2}+\cancel{2mn^3}+\cancel{2m^3n}$

$n^2m^2 \vee 0$, где $n, m>0.$

$n^2m^2>0 \Rightarrow h+k>m+n$, зна в общем случае, значит такое невозможно.

7б