ОТКРЫТАЯ РЕГИОНАЛЬНАЯ МЕЖВУЗОВСКАЯ ОЛИМПИАДА «ОРМО»

07428

ТИТУЛЬНЫЙ ЛИСТ

заключительного этапа

Шифр

…мет	Математика
…ант	1
…	11
…илия	Убийко
…	Максим
…ство	Евгеньевич
…рождения	26 (Число) 02 (Месяц) 2005 (Год)
…а	Россия
…н *(пр: Томская обл., …инградская область)*	Новосибирская обл.
…ниципального образования *…, деревня, село, город)*	Город
…енный пункт *(пр: Томск, …рово, Псков)*	Карасук
…е наименование …овательного учреждения, …ором Вы обучаетесь в …е время	МБОУ технический лицей N176 Карасукского района Новосибирской области

…асие на обработку моих персональных данных и информирование меня посредством sms и e–mail …зультатах и всех дальнейших мероприятиях, связанных с олимпиадой

Личная подпись ____________

1	2	3	4	5
7	0	5	7	2

Шифр 07428

Открытая региональная межвузовская олимпиада вузов Томской области (ОРМО)

Общий балл	Дата	Ф.И.О. членов жюри	Подписи членов жюри
21б	30.03.23	Гендрико	[illegible]

Вариант 1

① $2x^2+2x^2z^2+z^2+7y^2-42y+33=0$

$2x^2(1+z^2)+[(1+z^2)-1]+7(y^2-2\cdot3\cdot y+9)-63+33=0$

$(1+z^2)(2x^2+1)+7(y-3)^2=31$

$y-3=0$

$y=3 \Rightarrow (1+z^2)(2x^2+1)=31\cdot1$

$1+z^2=31 \quad 2x^2+1=31$

$z^2=30 \quad x^2=15$

$z=\pm\sqrt{30}\ \varnothing \quad x=\pm\sqrt{15}\ \varnothing$

$y=4 \Rightarrow (1+z^2)(2x^2+1)+7=31$

$(1+z^2)(2x^2+1)=24\cdot1$

$12\cdot2$

$6\cdot4$

$3\cdot8$

$1+z^2=24 \quad 2x^2+1=24$

$z^2=23 \quad x^2=11,5$

$z=\pm\sqrt{23}\ \varnothing \quad \varnothing$

$1+z^2=12 \quad 2x^2+1=12$

$z^2=11 \quad x^2=5,5$

$z=\pm\sqrt{11}\ \varnothing \quad \varnothing$

$z^2=\pm\sqrt{5}\ \varnothing \quad x^2=2,5\ \varnothing$

$z=\pm\sqrt{7}\ \varnothing \quad x^2=3,5\ \varnothing$

$y=5 \Rightarrow (1+z^2)(2x^2+1)+28=31$

$(1+z^2)(2x^2+1)=3\cdot1$

$1+z^2=3 \quad 2x^2+1=3$

$z^2=2 \quad x^2=1$

$z=\pm\sqrt{2}\ \varnothing \quad x=\pm1$ ✓

$1+z^2=1$

$z^2=0$

$z=0$ ✓

$y=1 \Rightarrow (1+z^2)(2x^2+1)=3\cdot1$

$1+z^2=1 \quad x^2=1$

$z=0$ ✓ $\quad x=\pm1$ ✓

7б

Ответ: $\left[\begin{array}{l} y=5 \\ z=0 \\ x=1 \end{array}\right.$ $\left[\begin{array}{l} y=5 \\ z=0 \\ x=-1 \end{array}\right.$ $\left[\begin{array}{l} y=1 \\ z=0 \\ x=1 \end{array}\right.$ $\left[\begin{array}{l} y=1 \\ z=0 \\ x=-1 \end{array}\right.$

✓

Место для скобы

Шифр 07428

(4) $ax^3 - ax^2 + bx + b$ $\quad (x_1 + x_2 + x_3)\left(\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2} + \frac{1}{x_3}\right) = -1$

по т. Виета

$$\begin{cases} x_1 \cdot x_2 \cdot x_3 = -\frac{b}{a} \\ x_1 \cdot x_2 + x_1 \cdot x_3 + x_2 \cdot x_3 = \frac{b}{a} \\ x_1 + x_2 + x_3 = 1 \end{cases}$$

$$\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2} + \frac{1}{x_3} = \frac{x_2 \cdot x_3 + x_1 \cdot x_3 + x_1 \cdot x_2}{x_1 \cdot x_2 \cdot x_3} = \frac{\frac{b}{a}}{-\frac{b}{a}}$$

$$1\left(\frac{\frac{b}{a}}{-\frac{b}{a}}\right) = -1$$

$-1 = -1$

ч. т. д.

(7)

(3) $\frac{2a}{3(b+c)} + \frac{2b}{3(a+c)} + \frac{2c}{3(a+b)} \geq 1 \;\Big|\; \cdot \frac{3}{2}$ $\quad \frac{a+b+c}{3} \geq \sqrt[3]{a \cdot b \cdot c}$

$\frac{a+b}{2} \geq \sqrt{a \cdot b}$

$\frac{a}{b+c} + \frac{b}{a+c} + \frac{c}{a+b} \geq \frac{3}{2}$

$a + b \geq 2\sqrt{a+b}$

$\frac{a}{2\sqrt{bc}} + \frac{b}{2\sqrt{ac}} + \frac{c}{2\sqrt{ab}} \geq \frac{a}{b+c} + \frac{b}{a+c} + \frac{c}{a+b} \geq \frac{3}{2}$

$\frac{a^{\frac{3}{2}} + b^{\frac{3}{2}} + c^{\frac{3}{2}}}{\sqrt{a} \cdot \sqrt{b} \cdot \sqrt{c}} \geq \frac{3}{1} \;\Big|\; : 3$ $\quad \frac{\frac{a^{\frac{3}{2}} + b^{\frac{3}{2}} + c^{\frac{3}{2}}}{3}}{\sqrt{abc}} \geq 1$

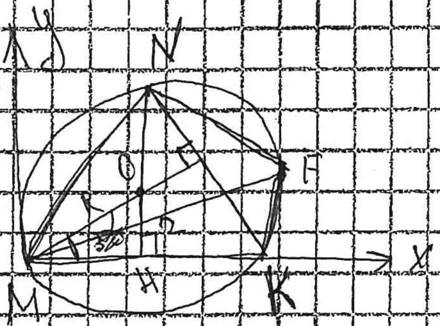
(6)

Место для скобы

Шифр 07428

$$\frac{a^{\frac{3}{2}}+b^{\frac{3}{2}}+c^{\frac{3}{2}}}{\frac{3}{\sqrt{abc}}} \geq \frac{\sqrt[3]{a^{\frac{3}{2}}\cdot b^{\frac{3}{2}}\cdot c^{\frac{3}{2}}}}{\sqrt{abc}} = \frac{\sqrt{a}\cdot\sqrt{b}\cdot\sqrt{c}}{\sqrt{a}\cdot\sqrt{b}\cdot\sqrt{c}} = 1$$

5



Дано:

MNK - равносторонний Δ

ΔMNK - вписан в окр

$FM^4+FN^4+FK^4=const$

Доказать:

$FM^2+FN^2+FK^2$ ~~не зависит от~~ F $= const$

предположим $OH = r$ $\angle = 30°$ Введём систему координат

это $MK = 2$ $MO = R$ $N(1;\sqrt{3})$ $\overrightarrow{NF}\{x_1-1;y_1-\sqrt{3}\}$

~~R~~ = $M(0;0)$ $\overrightarrow{KF}\{x_1-2;y_1\}$

~~tg 30~~ = $tg\,30° = \frac{r}{MH}$ $K(2;0)$ $\overrightarrow{MF}\{x_1;y_1\}$

$MH = 1$ $\frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{r}{1}$ $r = \sqrt{3}$ $F(x_1;y_1)$

$(x_1-1)^2+(y_1-\sqrt{3})^2+(x_1-2)^2+x_1^2+y_1^2+y_1^2 = x_1^2-2x_1+1+y_1^2-2\sqrt{3}y_1+3+x_1^2-4x_1+4+$

$+y_1^2+x_1^2+y_1^2 = 3x_1^2-6x_1+3y_1^2-2\sqrt{3}y_1+8 = 3(x_1^2-2x_1+1)(\sqrt{3}y_1-1)^2+4=$

$=3(x_1-1)^2+(\sqrt{3}y_1-1)^2+4$ R по т. Пифагора $R=\sqrt{3+1}=2$

уравнение окружности:

$\frac{(x-1)^2}{1}+\frac{(\sqrt{3}y-1)^2}{3}=\frac{4}{3} \quad \Big|\cdot 3$ $3(x-1)^2+(\sqrt{3}y-1)^2=4$

$3(x-1)^2 + (\sqrt{3}y-1)^2 + 4 = 3(x_1^2 - 2x_1 + 1) + (\sqrt{3}y_1 - 1)^2 + 4 =$

$= 3(x_1 - 1)^2 + (\sqrt{3}y_1 - 1)^2 + 4 = 8$

$\Downarrow$

что при любых

FM и FN и FK $FM^2 + FN^2 + FK^2 = 8$

ч. т. д.