Место для скобы

ОТКРЫТАЯ РЕГИОНАЛЬНАЯ МЕЖВУЗОВСКАЯ ОЛИМПИАДА ВУЗОВ ТОМСКОЙ ОБЛАСТИ «ОРМО»

004319

Шифр

ТИТУЛЬНЫЙ ЛИСТ
заключительного этапа

1.	Предмет	МАТЕМАТИКА
2.	Вариант	1
3.	Класс	11
4.	Фамилия	ТЯГЕЛЬСКИЙ
	Имя	АРТЁМ
	Отчество	АНДРЕЕВИЧ
5.	Дата рождения	04 (Число) 02 (Месяц) 2004 (Год)
6.	Страна	РОССИЙСКАЯ ФЕДЕРАЦИЯ
7.	Регион *(пр: Томская обл., Алтайский край)*	Омская область
8.	Вид муниципального образования *(пр: село, город, пгт, деревня)*	город
9.	Населенный пункт *(пр: Томск, Кемерово, Псков)*	Омск
10.	Полное наименование образовательного учреждения, в котором Вы обучаетесь	БОУ г. Омска „Лицей №64"

Даю согласие на обработку моих персональных данных и информирование меня посредством sms и e–mail о моих результатах и всех дальнейших мероприятиях, связанных с олимпиадой

Личная подпись ________

место для скобы

Шифр | 004319

Открытая региональная межвузовская олимпиада вузов Томской области (ОРМО)

Общий балл	Дата	Ф.И.О. членов жюри	Подписи членов жюри
17		Емельянова	Ем

Задание № 1.

1	2	3	4	5
3	7	4	3	–

Рассмотрим число $x-\frac{1}{x}$; при x - целом; ?

x - целое ; $\frac{1}{x}$ - нецелое (кроме $x=\pm 1$); =>

=> целое ± нецелое = нецелое. при x - нецелое:

x - нецелое ; $\frac{1}{x}$ - целое (и то только в тех случаях; когда $x=\frac{1}{k}$; где k-целое) => $x-\frac{1}{x}$ - нецелое. Таким образом, $x-\frac{1}{x}$ - нецелое во всех случаях, кроме $x=\pm 1$; $x=0$; но $x\neq 0$ из-за знаменателя =>

=> $x-\frac{1}{x}$ - целое при $x=\pm 1$. Но при $x=1$:

$$\frac{1}{x^2+2021}-\frac{1}{x}=\frac{1}{2022}-1 = \text{нецелое} \Rightarrow x\neq 1.$$

при $x=-1$: $\frac{1}{x^2+2021}-\frac{1}{x}=\frac{1}{2022}+1$ = нецелое => $x\neq -1$.

Получаем, что таких чисел x - не существует.

Шифр 004319

Задание №2

Пусть $\sin x = m$; $\cos 2x = n$; тогда

$$m + m^3 + 2020m^5 = n + n^3 + 2020n^5$$

$$2020n^5 - 2020m^5 + n^3 - m^3 + n - m = 0$$

$$2020(n-m)(n^4 + n^3m + n^2m^2 + nm^3 + m^4) + (n-m)(n^2 + mn + m^2) + n - m = 0$$

$$(n-m)\left(2020(n^4 + n^3m + n^2m^2 + nm^3 + m^4) + n^2 + mn + m^2 + 1\right) = 0$$

$$\Downarrow$$

$n = m$ или $2020n^4 + 2020n^3m + 2020n^2m^2 + 2020nm^3 + 2020m^4 + n^2 + mn + m^2 + 1 = 0$

$$\Downarrow$$

$nm(2020n^2 + 2020m^2 + 1) + 1 \le 0$; что невозможно из-за ограничений на m и n

$$\cos 2x = \sin x$$

$$\cos^2 x - \sin^2 x = \sin x$$

$$1 - 2\sin^2 x - \sin x = 0 \Rightarrow 2\sin^2 x + \sin x - 1 = 0$$

$$D = 1 - 4\cdot 2\cdot(-1) = 1 + 8 = 9$$

$$\sin_1 x; \sin_2 x = \frac{-1 \pm 3}{4} = \left[\begin{array}{l} \frac{1}{2} \\ -1 \end{array}\right.$$

место для скобы

Шифр 004319

$\sin x = \frac{1}{2}$ или $\sin x = -1$.

$$\left[\begin{array}{l} x = \frac{\pi}{6} + 2\pi k, k \in Z \\ x = \frac{5\pi}{6} + 2\pi k, k \in Z \end{array}\right. \qquad x = \frac{3\pi}{2} + 2\pi n, n \in Z$$

Ответ: $x_1 = \frac{\pi}{6} + 2\pi k, k \in Z$; $x_2 = \frac{5\pi}{6} + 2\pi k, k \in Z$;

$x = \frac{3\pi}{2} + 2\pi n, n \in Z$.

Задание № 4

$\frac{x^3}{a + \sqrt[3]{2020^4}x} + \frac{\sqrt[3]{2020^4}x}{a + x^3}$ — возрастает на

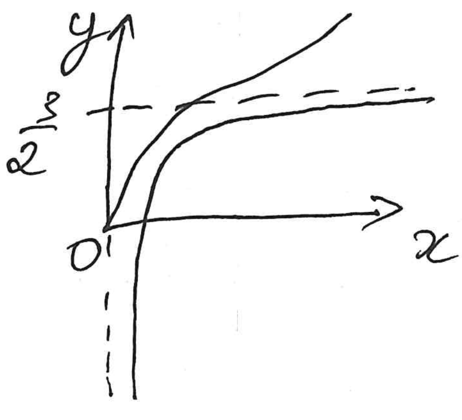
нет обоснования

промежутке $x \geq 0$ и при $x = 0$; $f(x) = 0$ (т.к. $a > 0$).

$\frac{3}{2} - \frac{a}{x(x^2 + \sqrt[3]{2020^4})}$ — имеет на промежутке

$x > 0$ график в виде гиперболы: $-\frac{a}{x(x^2 + \sqrt[3]{2020^4})}$

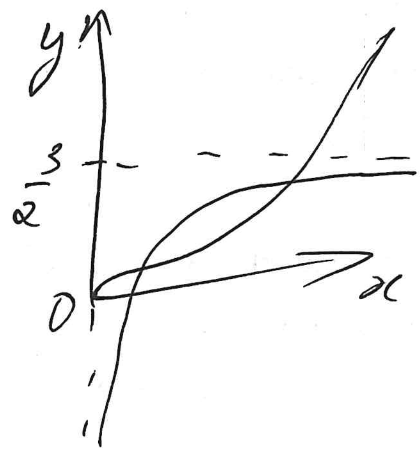
возрастает (так как $a > 0$) $\Rightarrow$



Шифр 4319

№4

Таким образом, существуют значения x при таком взаимном расположении:



№3

$x^n + 5x^{n-1} + 3 = f(x)$; если сущ. целые X; то

по Горнеру: $q = \pm 1; \pm 3$.

	1	5	3
1	1	6	9
−1	1	4	−1
3	1	8	...>0
−3	1	2	−3

	~~1~~	~~5~~	~~3~~
1	1	6	9
~~−1~~	~~1~~	~~6~~	~~−3~~
3	3	14	...
~~−3~~	~~−3~~		

=> не сущ. целых для разложения; притом ~~если~~ нет и дробных корней; ведь первый коэффициент $= 1$ => все дробные коэффициенты $= \frac{3}{1}; \frac{-3}{1}; \frac{3}{-1}; \frac{-3}{-1}$ =>

=> невозможно представить $f(x)$ в виде произведения.

Министерство науки и высшего образования РФ
Совет ректоров вузов Томской области
Открытая региональная межвузовская олимпиада 2020-2021
МАТЕМАТИКА (11 класс)
Заключительный этап
Вариант 1

1. Существует ли такое число x, что все три числа

$$\frac{1}{x}-\frac{1}{x^2+2021},\quad x-\frac{1}{x},\quad \frac{1}{x^2+2021}-\frac{1}{x}$$

являются целыми?

(7 баллов)

2. Решите уравнение

$$sinx+sin^3x+2020\cdot sin^5x=\cos(2x)+cos^3(2x)+2020\cdot cos^5(2x).$$

(7 баллов)

3. Пусть $f(x)=x^n+5x^{n-1}+3$, $n>1$, $n-$ целое число. Возможно ли представить $f(x)$ в виде произведения многочленов положительной степени с целыми коэффициентами? Ответ объясните.

(7 баллов)

4. Найдите все значения $a>0$, при которых существуют положительные решения x неравенства

$$\frac{x^3}{a+\sqrt[3]{2020^4}\cdot x}+\frac{\sqrt[3]{2020^4}\cdot x}{a+x^3}\leq\frac{3}{2}-\frac{a}{x\cdot\left(x^2+\sqrt[3]{2020^4}\right)}.$$

(7 баллов)

5. Известно, что площадь выпуклого четырехугольника равна 32, а сумма длин двух противоположных сторон и одной диагонали равна 16. Какие значения может принимать длина другой диагонали?

(7 баллов)

Внимание! Задача считается решенной, если, помимо правильного ответа, приведены необходимые объяснения.

Желаем успеха!