07426

Шифр

ОТКРЫТАЯ РЕГИОНАЛЬНАЯ МЕЖВУЗОВСКАЯ ОЛИМПИАДА «ОРМО»
ТИТУЛЬНЫЙ ЛИСТ
заключительного этапа

мет	МАТЕМАТИКА
ант	1
:	11 И
илия	Т Р Е Б А
	П А В Е Л
ство	Н И К О Л А Е В И Ч
рождения	Число: 2 4; Месяц: 0 1; Год: 2 0 0 6
на	
он *(пр: Томская обл., …нинградская область)*	Новосибирская область
…униципального образования *…т, деревня, село, город)*	город
…енный пункт *(пр: Томск, …рово, Псков)*	Карасук
…ое наименование …овательного учреждения, …ором Вы обучаетесь в …ее время	МБОУ технический лицей №176 Карасукского района Новосибирской области

…асие на обработку моих персональных данных и информирование меня посредством sms и e–mail …езультатах и всех дальнейших мероприятиях, связанных с олимпиадой

Личная подпись ________

1	2	3	4	5
7	0	2	7	0

Шифр 07426

Открытая региональная межвузовская олимпиада вузов Томской области (ОРМО)

Общий балл	Дата	Ф.И.О. членов жюри	Подписи членов жюри
16 б	30.03.23	Белорусова	

①

$2x^2+2x^2z^2+z^2+7y^2-42y+33=0$ $\boxed{x;\ y;\ z \in Z}$

~~$2x^2(1+z^2)+(z^2+1)-1+7(y^2$~~

$2x^2(1+z^2)+(z^2+1)-1+7(y^2-2\cdot3\cdot y+9)-63+33=0$ – выделение полных квадратов

$(1+z^2)(2x^2+1)+7(y-3)^2=31$

$(1+z^2)(2x^2+1)\geq 0$ (т.к x и z в квадрате и еще $+1$) $\Rightarrow$

$y_{max}=5$, ~~потому~~ потому что уже при $y=6$

слева получится больше, чем справа $\Rightarrow$

$y\leq5$, но при $y=0$ аналог. ситуация $\Rightarrow$ $0<y\leq5$

Проверим все случаи:

7 б

при $y=1$

$(1+z^2)(2x^2+1)=3=\begin{cases}3\cdot1\\1\cdot3\end{cases}$ $z=0$, $x=\pm1$ $(1;1;0)$ $(-1;1;0)$

при $y=2$

$(1+z^2)(2x^2+1)=24=\begin{cases}24\cdot1\\12\cdot2\\8\cdot3\\6\cdot4\end{cases}$ – нет решений в целых числах

при $y=3$

$(1+z^2)(2x^2+1)=31=\begin{cases}31\cdot1\\1\cdot31\end{cases}$ – нет решений в целых числах

при $y=4$

$(1+z^2)(2x^2+1)=24$ – аналог. со случаем при $y=2$ $\Rightarrow\varnothing$

при $y=5$

$(1+z^2)(2x^2+1)=3$ – аналог. со случаем при $y=1$ $\Rightarrow$ x и z такие место для скобы

Шифр 07426

Ответ: $(1; 1; 0)$
$(-1; 1; 0)$
$(1; 5; 0)$
$(-1; 5; 0)$

④ $ax^3 - ax^2 + bx + b = 0$ $a \cdot b \neq 0$ Док-ть:

$x^3 - x^2 + \frac{b}{a}x + \frac{b}{a} = 0$

$(x_1 + x_2 + x_3)\left(\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2} + \frac{1}{x_3}\right) = -1$

По т. Виетта

$$\begin{cases} x_1 \cdot x_2 \cdot x_3 = -\frac{b}{a} \\ x_1x_2 + x_1x_3 + x_2x_3 = \frac{b}{a} \\ x_1 + x_2 + x_3 = 1 \end{cases}$$

$1 \cdot \left(\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2} + \frac{1}{x_3}\right) = -1$

к общему знаменателю

$\frac{(x_2x_3 + x_1x_3 + x_1x_2)}{x_1x_2x_3} = -1$

$\frac{\frac{b}{a}}{-\frac{b}{a}} = -1$

ч.т.д

③ $\frac{2a}{3(b+c)} + \frac{2b}{3(a+c)} + \frac{3c}{3(a+b)} \geq 1$

$\frac{a+b}{2} \geq \sqrt{a \cdot b}$

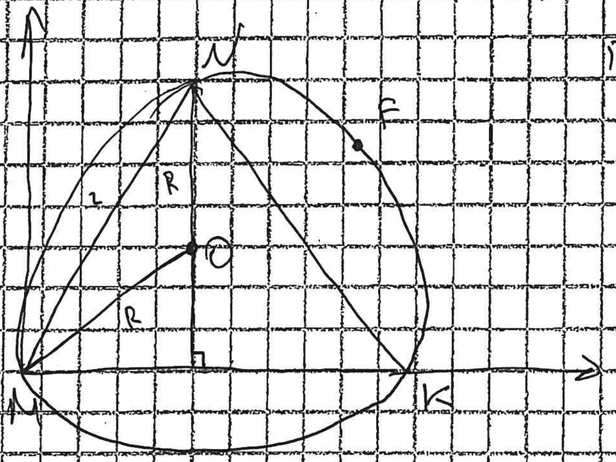
$a+b \geq 2\sqrt{a \cdot b}$

$a+b+c \geq 3 \cdot \sqrt[3]{a \cdot b \cdot c}$

$\frac{a}{b+c} + \frac{b}{a+c} + \frac{c}{a+b} \geq \frac{3}{2}$

$\frac{a}{2\sqrt{bc}} + \frac{b}{2\sqrt{ac}} + \frac{c}{2\sqrt{ab}} \geq \frac{a}{b+c} + \frac{b}{a+c} + \frac{c}{a+b}$

(5)



Пусть сторона Δ равна 2

Док-ть: $NF^2 + FK^2 + MF^2 = const$

$N(1; \sqrt{3})$

$M(0;0)$

$K(2;0)$

$F(x;y)$

$NF\{x-1; y-\sqrt{3}\}$

$KF\{x-2; y\}$

$MF\{x; y\}$

$$(NF)^2 = (x-1)^2 + (y-\sqrt{3})^2 + (x-2)^2 + y^2 + x^2 + y^2$$

$$= x^2 - 2x + 1 + y^2 - 2\sqrt{3}y + 3 + x^2 + 4x + 4 + y^2 + x^2 + y^2 =$$

$$= 3x^2 - 6x + 3y^2 - 2\sqrt{3}y + 8 = 3(x^2 - 2x + 1) + (\sqrt{3}y - 1)^2 + 4$$

$$= 3(x-1)^2 + (\sqrt{3}y - 1)^2 + 4 \cancel{= 8} \Rightarrow NF^2 + FK^2 + MF^2 = 8 = const$$

$$(x-1)^2 + \left(y - \frac{1}{\sqrt{3}}\right)^2 = \frac{4}{3}$$

$$(x-1)^2 + \frac{(\sqrt{3}y - 1)^2}{3} = \frac{4}{3}$$

$$3(x-1)^2 + (\sqrt{3}y - 1)^2 = 4$$