ТКРЫТАЯ РЕГИОНАЛЬНАЯ МЕЖВУЗОВСКАЯ ОЛИМПИАДА «ОРМО»

07184

ТИТУЛЬНЫЙ ЛИСТ

заключительного этапа

Шифр

мет	МАТЕМАТИКА
нт	1
	11 Д
лия	ТОРГУНАКОВ
	ФИЛИПП
тво	ЮЛИЕВИЧ
ождения	2 3 (Число) 0 9 (Месяц) 2 0 0 5 (Год)
а	РОССИЯ
а *(пр: Томская обл., инградская область)*	КЕМЕРОВСКАЯ ОБЛАСТЬ
ниципального образования *а, деревня, село, город)*	ГОРОД
енный пункт *(пр: Томск, ово, Псков)*	КЕМЕРОВО
е наименование вательного учреждения, ором Вы обучаетесь в е время	МБНОУ „ГКЛ"

асие на обработку моих персональных данных и информирование меня посредством sms и e–mail зультатах и всех дальнейших мероприятиях, связанных с олимпиадой

Личная подпись ____

Шифр 07184

Открытая региональная межвузовская олимпиада вузов Томской области (ОРМО)

Общий балл	Дата	Ф.И.О. членов жюри	Подписи членов жюри
15		Емельянова	Ем

1	2	3	4	5	Σ
4	3	2	-	6	15

№1

$2x^2+2x^2z^2+z^2+7y^2-42y+33=0$

$2x^2(1+z^2)+z^2+(7y^2-42y+33)=0$

$2x^2(1+z^2)+z^2 \geqslant 0$ при любом x, z.

Не сущ. целого y, при котором $7y^2-42y+33=0$,

тогда $\begin{cases} 2x^2(1+z^2)+z^2>0; \\ 7y^2-42y+33<0. \end{cases}$ Если $y<0$, то $-42y>0$, тогда $7y^2-42y+33>0$.

следовательно $y>0$.

$y=1$: $2x^2(1+z^2)+z^2+7+33-42=0$

$2x^2(1+z^2)+z^2=2$

$z=0$; $x=1$ или $z=0$; $x=-1$

$\left[\begin{array}{l} \begin{cases} x=1 \\ y=1 \\ z=0 \end{cases} \\ \begin{cases} x=-1 \\ y=1 \\ z=0 \end{cases} \end{array}\right.$

Ответ: $-1; 1; 0$ или $1; 1; 0$

№2

$2^{\lg(x^2-2023)}-\lg 2^{x^2-2022}=0$ $\quad \lg 2^{x^2-2022}=2^{\log_2(\lg 2^{x^2-2022})}$

$\lg(x^2-2023)=\log_2(\lg 2^{x^2-2022})$

~~x^2-2022~~ $\dfrac{\log_2(x^2-2023)}{\log_2 10}=\log_2(\lg 2^{x^2-2022})$

$\log_2(x^2-2023)=\log_2(\lg 2^{x^2-2022})^{\log_2 10}$

$x^2-2023=(\lg(2^{x^2-2022}))^{\log_2 10}$ $\quad x=\pm\sqrt{(\lg 2^{x^2-2022})^{\log_2 10}+2023}$

$x^2=(\lg(2^{x^2-2022}))^{\log_2 10}+2023$ Ответ: 2 корня скобы

Шифр 07184

№3

$$\frac{2a}{3(b+c)}+\frac{2b}{3(a+c)}+\frac{2c}{3(a+b)}\geq 1$$

$$\frac{a}{b+c}+\frac{b}{a+c}+\frac{c}{a+b}\geq 1{,}5$$

$\boxed{\text{Пусть } \frac{a}{b+c}=x,\ \frac{b}{a+c}=y,\ \frac{c}{a+b}=z.}$

При $a=b=c$, $\frac{a}{b+c}+\frac{b}{a+c}+\frac{c}{a+b}=1{,}5.$

Если a, b, c не равны, то $\left[\begin{array}{l}(x+y)\geq 1\\(x+z)\geq 1\\(y+z)\geq 1\end{array}\right.$ ~~при этом~~ $\cancel{z\geq 0{,}5,\ y\geq 0{,}5,\ x\geq 0{,}5}$

Пример: $a=1$, $b=2$, $c=3$.

при этом ~~соответственно~~

$\frac{1}{5}+\frac{1}{2}+1$: $\frac{1}{5}+\frac{1}{2}>\frac{1}{2}$

$$\left[\begin{array}{l}(x+y-1)+z\geq 0{,}5\\(x+z-1)+y\geq 0{,}5\\(y+z-1)+x\geq 0{,}5\end{array}\right.$$

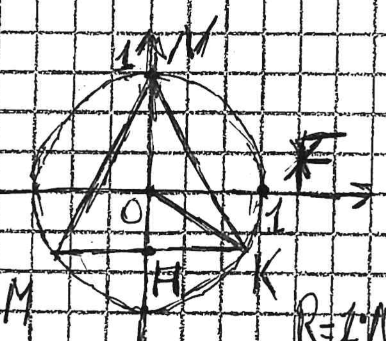
$a=1$ $b=2$ $c=2$

$\frac{1}{4}+\frac{2}{3}+\frac{2}{3}$: $\frac{1}{4}+\frac{1}{3}>\frac{1}{2}$

соответственно.

№5

$$\Sigma = NF^4+KF^4+MF^4$$



Возьмём произвольную точку на окружности F.

Зададим Декартову систему координат, где O – центр окруж.; $O(0;0)$

$R=1$, $NK=R\sqrt{3}$. $NK=\sqrt{3}$. $OH=\frac{NK}{2\sqrt{3}}$

$OH=\frac{\sqrt{3}}{2\sqrt{3}}=\frac{1}{2}$. $OK=R=1$. $HK=\sqrt{1-\frac{1}{4}}=\frac{\sqrt{3}}{2}$.

$N(0;1)$; $K\left(\frac{\sqrt{3}}{2};-\frac{1}{2}\right)$; $M\left(\frac{-\sqrt{3}}{2};-\frac{1}{2}\right)$. N – точка на окр. и вершина тр-ка

Докажем, что расстояние от каждой вершины тр-ка до N равно расстоянию к. в. т. до F, где $F(1;0)$

$\overline{MN}\left\{\frac{\sqrt{3}}{2};\frac{3}{2}\right\}$ $|\overline{MN}|=\sqrt{\frac{3}{4}+\frac{9}{4}}=\sqrt{\frac{12}{4}}=\sqrt{3}$ $MN^4=KN^4=9$

$|NN|=0$ $\Sigma_1=9+9+0=18$

место для скобы

Шифр 07184

$\overline{MF}\left\{\frac{2+\sqrt{3}}{2};\frac{1}{2}\right\}, \overline{KF}\left\{\frac{2-\sqrt{3}}{2};\frac{1}{2}\right\}$

$|\overline{MF}| = \sqrt{\frac{4+4\sqrt{3}+3}{4}+\frac{1}{4}} = \sqrt{\frac{8+4\sqrt{3}}{4}} = \sqrt{2+\sqrt{3}}$

$MF^4 = 4+4\sqrt{3}+3 = 7+4\sqrt{3}$

$KF^4 = 4-4\sqrt{3}+3 = 7-4\sqrt{3}$

$\overline{NF}\{1;-1\}$ $|\overline{NF}| = \sqrt{1+1} = \sqrt{2}$.

$NF^4 = 4$

$\sum_2 = 4+7+4\sqrt{3}+7-4\sqrt{3} = 18$

$\sum_1 = \sum_2$, что и требовалось доказать. Аналогично можно доказать, что $\sum_n = \sum_1$ для любой точки окружности.