07821

Шифр

ѓкрытая региональная межвузовская олимпиада «ОРМО»

ТИТУЛЬНЫЙ ЛИСТ

заключительного этапа

:т	МАТЕМАТИКА
:т	1
	10
ия	ТЕБАЙКИНА
	АРИНА
во	АЛЕКСАНДРОВНА
ождения	05 (Число) 05 (Месяц) 2006 (Год)
	Россия
(пр: Томская обл., нградская область)	Кемеровская обл.
иципального образования *деревня, село, город)*	город
нный пункт *(пр: Томск, во, Псков)*	Прокопьевск
: наименование зательного учреждения, ом Вы обучаетесь в время	МБОУ „Школа № 32"

сие на обработку моих персональных данных и информирование меня посредством sms и e–mail ультатах и всех дальнейших мероприятиях, связанных с олимпиадой

Личная подпись Тебайкина

Шифр 07821

Открытая региональная межвузовская олимпиада вузов Томской области (ОРМО)

Общий балл	Дата	Ф.И.О. членов жюри	Подписи членов жюри
17		Емельянова	Ем

1	2	3	4	5	Σ
7	3	–	7	–	17

№1.) $y^2(y-x+2)-y(x+4)+5x+7=0$

$y^3-y^2x+2y^2-yx-4y+5x+7=0$

$y^3+2y^2-4y+7=x(y^2+y-5)$

$x=$ $\begin{array}{r|l} y^3+2y^2-4y+7 & y^2+y-5 \\ -\;y^3+y^2-5y & y+1 \\ y^2+y+7 & \\ -\;y^2+y-5 & \\ 12 & \end{array}$

$x=y+1 \quad \frac{12}{y^2+y-5}$

целые делители для $\frac{12}{y^2+y-5}$

$y^2+y-5=\pm1$
±2
±3
±4
±6
±12

$y^2+y-5=1$

$y^2+y-6=0$

$D=1-4\cdot1(-6)=25$

$\sqrt{D}=5$

$y_1=\frac{-1+5}{2}=2$

$y_2=\frac{-1-5}{2}=-3$

$y^2+y-5=-3$

$y^2+y-5+3=0$

$y^2+y-2=0$

$D=1-4\cdot1(-2)=$
$=1+8=9$

$\sqrt{D}=3$

$y_1=\frac{-1+3}{2}=1$

$y_2=\frac{-1-3}{2}=-2$

место для скобы

Шифр 07821

$$\Rightarrow \left[\begin{array}{l} \begin{cases} x_1 = 15 \\ y_1 = 2 \end{cases} \\ \begin{cases} x_2 = 10 \\ y_2 = -3 \end{cases} \\ \begin{cases} x_3 = -2 \\ y_3 = 1 \end{cases} \\ \begin{cases} x_4 = -5 \\ y_4 = -2 \end{cases} \end{array} \right.$$

Ответ: $(15; 2)$; $(10, -3)$; $(-2; 1)$ $(-5; -2)$

№2 $\cos 3x = A \sin 2x$ $\sin 3x = B \cos 4x$

$$\begin{cases} \cos 3x = A \sin 2x \\ \sin 3x = B \cos 4x \end{cases}$$

$$(A \sin 2x)^2 + (B \cos 4x)^2 = 1$$

$$A^2 + \sin^2 2x + B^2 \cos^2 4x = 1$$

$$A^2 \left(\frac{1 - \cos 4x}{2}\right) + B^2 \cos^2 4x = 1$$

$A, B, 1 \in R$

$\Rightarrow \cos 4x$ тоже $\in R$?

$\sin 3x = B \cos 4x$ $B \in R$

$\cos 4x \in R$

$\Rightarrow \sin 3x \in R$ итд

(4) $x^2 + px - \frac{1}{2p^2} = 0$

$D = p^2 + \frac{2}{p^2}$

$\sqrt{D} = \sqrt{p^2 + \frac{2}{p^2}}$

Замена: $\sqrt{p^2 + \frac{2}{p^2}} = t$

$x_1 = \frac{-p + \sqrt{p^2 + \frac{2}{p^2}}}{2} = \frac{-p+t}{2}$

$x_2 = \frac{-p - \sqrt{p^2 + \frac{2}{p^2}}}{2} = \frac{-p-t}{2}$

$x_1^4 + x_2^4 \geqslant 2 + \sqrt{2}$

$\left(\frac{-p+t}{2}\right)^2 \left(\frac{-p+t}{2}\right)^2 + \left(\frac{-p-t}{2}\right)^2 \left(\frac{-p-t}{2}\right)^2 \geqslant 2 + \sqrt{2}$

$\left(\frac{t^2 - 2pt + p^2}{4}\right)\left(\frac{t^2 - 2pt + p^2}{4}\right) + \left(\frac{t^2 + 2pt + p^2}{4}\right)\left(\frac{t^2 + 2pt + p^2}{4}\right) \geqslant 2 + \sqrt{2}$

$\frac{t^4 - \cancel{2pt^3} + t^2p^2 - \cancel{2pt^3} + 4p^2t^2 - \cancel{2p^3t} + p^2t^2 - \cancel{2p^3t} + p^4 + t^4 + \cancel{2pt^3}}{16}$

$\frac{+ t^2p^2 + \cancel{2pt^3} + 4p^2t^2 + \cancel{2p^3t} + p^2t^2 + 2p^3 + p^4}{16}$

$\frac{2t^4 + 12p^2 + 2p^4}{16} \geqslant 2 + \sqrt{2}$

$$\frac{2\left(t^4+6p^2t+p^4\right)}{16} \geq 2+\sqrt{2}$$

$$\frac{2\left(\left(p^2+\frac{2}{p^2}\right)\left(p^2+\frac{2}{p^2}\right)+6p^2\cdot\left(p^2+\frac{2}{p^2}\right)+p^4\right)}{16} \geq 2+\sqrt{2}$$

$$\frac{2p^8+4p^4+1}{2p^4} \geq 2+\sqrt{2}$$

$$\frac{2p^8+4p^4+1}{2p^4}-2-\sqrt{2} \geq 0$$

$$\frac{2p^8+\cancel{4p^4}+1-\cancel{4p^4}-2\sqrt{2}\,p^4}{2p^4} \geq 0$$

$$\frac{2p^8-2\sqrt{2}\,p^4+1}{2p^4} \geq 0$$

$$\frac{2p^8-2\sqrt{2}\,p^4+1}{2p^4} \geq 0$$

$$\Rightarrow \frac{\left(\sqrt{2}\,p^4-1\right)^2 \geq 0}{2p^4 > 0} \quad \text{ч.т.д.}$$