ТКРЫТАЯ РЕГИОНАЛЬНАЯ МЕЖВУЗОВСКАЯ ОЛИМПИАДА «ОРМО»

ТИТУЛЬНЫЙ ЛИСТ

заключительного этапа

07009

Шифр

мет	Математика
ант	1
:	11
лия	ТАРСКИЙ
	ДМИТРИЙ
ство	НИКОЛАЕВИЧ
рождения	Число: 02; Месяц: 03; Год: 2005
а	Россия
н *(пр: Томская обл., ипградская область)*	Республика Саха (Якутия)
униципального образования *т, деревня, село, город)*	город
енный пункт *(пр: Томск, рово, Псков)*	Якутск
е наименование овательного учреждения, ором Вы обучаетесь в е время	ГБНОУ РС(Я) „Республиканский лицей-интернат"

асие на обработку моих персональных данных и информирование меня посредством sms и e-mail зультатах и всех дальнейших мероприятиях, связанных с олимпиадой

Личная подпись ________

Место для скобы

Шифр 07009

Открытая региональная межвузовская олимпиада вузов Томской области (ОРМО)

Общий балл	Дата	Ф.И.О. членов жюри	Подписи членов жюри
15		Емельянова	Ем

1	2	3	4	5	Σ
5	1	–	7	2	15

№1

$2x^2+2x^2z^2+z^2+7y^2-42y+33=0$

Все слагаемые больше или равны 0, кроме $-42y$

Найдем минимум: $(7y^2-42y)'=14y-42=0 \quad y=3$

$- \quad 3 \quad +$

min $y=3$: $7\cdot 9-42\cdot 3=-63$

$y=2/4$: $7y^2-42y=-56$

$y=1/5$: $7y^2-42y=-35$

другие y не подходят, так как добавив 33 мы получим число больше, чем 0.

Если $7y^2-42y=-63$:

$2x^2+2x^2z^2+z^2=30$ видно, что z – четный;

$x^2=\frac{30-z^2}{2+2z^2}$; $x=\pm\sqrt{\frac{30-z^2}{2+2z^2}}$ $30-z^2\geq 0 \Rightarrow z\in[-5;5]$

$z=0$: $\pm\sqrt{15}$ – не п.; $z=\pm 2$: $\sqrt{\frac{26}{10}}$ – не п.; $z=\pm 4$: $\sqrt{\frac{14}{34}}$ – не п.

не подходят;

Если $7y^2-42y=-56$:

$2x^2+2x^2z^2+z^2=23 \Rightarrow z$ – нечетный;

$x=\pm\sqrt{\frac{23-z^2}{2+2z^2}}$ $z\in[-4;4]$ (по ОДЗ);

$z=0$: $\pm\sqrt{\frac{23}{2}}$ – не п.; $z=\pm 1$: $\pm\sqrt{\frac{22}{4}}$ – не п.; $z=\pm 3$: $\pm\sqrt{\frac{14}{20}}$ – не п.

не подходят;

Если $7y^2-42y=-35$, что при $y=1/5$;

Место для скобы

Шифр 07009

$2x^2+2x^2z^2+z^2=2$

Если $z\neq 0$:

Если $x\neq 0$: $2x^2+2x^2z^2+z^2$ — как минимум 5

Если $x=0$: $2x^2+2x^2z^2+z^2=z^2\neq 2$

Если $z=0$: $2x^2=2 \Rightarrow x=\pm 1$

Ответ: $(x=1; z=0; y=1)$; $(x=1; z=0; y=5)$;

; $(x=-1; z=0; y=1)$; $(x=-1; z=0; y=5)$.

неясно как получен — не обосновано!

№2

$2^{\lg(x^2-2023)}-\lg 2^{x^2-2022}=0$

$(x^2-2023)^{\lg 2}-(x^2-2022)\lg 2=0$

$(x^2-2023)^{\lg 2}=(x^2-2022)\lg 2$

Если $x^2-2023>\cancel{1}0$, то левая часть положительна

$x^2-2023>\cancel{1}0$ $/+1$; $x^2-2022>2^1$; т.к. $\log_{10} 2<0$, то

правая часть отрицательна, значит $x^2-2023\leq\cancel{1}0$

~~$x^2\leq 2024$,~~ $\Rightarrow x^2\leq 2023$;

По ОДЗ, для $\lg(x^2-2023)$: $x^2-2023>0 \Rightarrow$

$\Rightarrow x^2>2023$, но $x^2\leq 2023$ противоречие.

Ответ: нет корней (0);

№4

$ax^3-ax^2+bx+b=0 \quad /:a\neq 0$

$x^3-x^2+\frac{b}{a}x+\frac{b}{a}=0$

По т. Виета:

$x_1+x_2+x_3=1$

$x_1x_2+x_2x_3+x_1x_3=\frac{b}{a}$

$x_1x_2x_3=-\frac{b}{a}$, т.к. $a\neq0$ $b\neq0$, то $-\frac{b}{a}\neq0$;

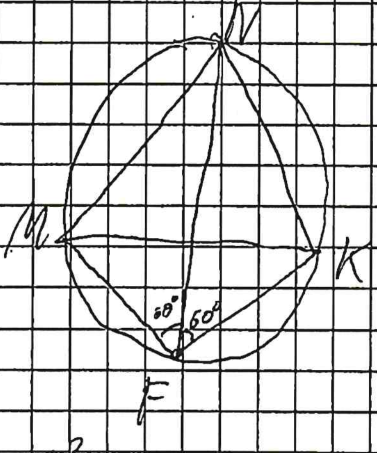
$x_1x_2x_3\neq0$; $x_1x_2+x_2x_3+x_1x_3=\frac{b}{a}$:

$x_1x_2x_3=-\frac{b}{a}$

$\frac{x_1x_2+x_2x_3+x_1x_3}{x_1x_2x_3}=-1$; $\frac{1}{x_3}+\frac{1}{x_1}+\frac{1}{x_2}=-1$

$(x_1+x_2+x_3)\left(\frac{1}{x_1}+\frac{1}{x_2}+\frac{1}{x_3}\right)=(-1)$

N5



$\angle MFN=\angle MKN=60°$

$\angle NFK=\angle NMK=60°$

$\angle MFK=120°$

По т. косинусов:

$$\begin{cases} MF^2+FN^2-FM\cdot FN=MN^2 \\ NF^2+FK^2-NF\cdot FK=NK^2=MN^2 \\ MF^2+FK^2+MF\cdot FK=MK^2=MN^2 \end{cases}$$

$MF=x$

$FN=y$

$FK=z$

в квадрат:

$$\begin{cases} x^4+y^4-2x^3y-2xy^3\cancel{=MN^4}+3x^2y^2=MN^4 \\ y^4+z^4-2y^3z-2yz^3+3y^2z^2=MN^4 \\ x^4+\cancel{y}z^4+3x^2\cancel{y}z^2+2x^3\cancel{y}z+2x\cancel{y}z^3=MN^4 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x^4+y^4-xy(2x^2-3xy+2y^2)=MN^4 \\ y^4+z^4-yz(2y^2-3yz+2z^2)=MN^4 \\ x^4+z^4+xz(2x^2+3xz+2z^2)=MN^4 \end{cases} \qquad \begin{cases} x^2+y^2-xy=MN^2 \\ y^2+z^2-yz=MN^2 \\ x^2+z^2+xz=MN^2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x^4+y^4-xy(2MN-xy)=MN^4 \\ y^4+z^4-yz(2MN-yz)=MN^4 \\ x^4+z^4+xz(2MN-4xz)=MN^4 \end{cases}$$

$$xy=MN^2+x^2+y^2-MN^2$$
$$yz=MN^2+y^2+z^2-MN^2$$
$$xz=MN^2+x^2+z^2$$
$$xy+yz-xz=\cancel{MN^2}=$$
$$+=2y^2-3MN^2$$

$$\begin{cases} x^4+y^4=MN^4+2MNxy-x^2y^2 \\ y^4+z^4=MN^4+2MNyz-y^2z^2 \\ x^4+z^4=MN^4-2MNxz+4x^2z^2 \end{cases}$$

$$2x^4+2y^4+2z^4=3MN^4+2MN(xy+yz-xz)-x^2y^2-y^2z^2+4x^2z^2=$$
$$=3MN^4+2MN(2y^2-3MN^2)-x^2y^2-y^2z^2+4x^2z^2=$$
$$=3MN^4-6MN^3+4MNy^2-x^2y^2-y^2z^2+4x^2z^2=$$
$$\cancel{=3MN^4-6MN^3+y^2(-x^2-z^2+4x^2+4MN)=}$$
$$\cancel{=3MN^4-6MN^3}$$
$$=3MN^4-6MN^3+4MNy^2-x^2y^2-y^2z^2+4x^2z^2=$$
$$=3MN^4-6MN^3+y^2(4MN-x^2-z^2)+4x^2z^2=$$
$$=3MN^4-6MN^3+y^2(4MN-MN^2+xz)+4x^2z^2=$$
$$=3MN^4-6MN^3+4MNy^2-MNy^2+xzy^2+4x^2z^2=$$
$$=3MN^4-6MN^3+3MNy^2+xzy^2+4x^2z^2=$$
$$=3MN^4-6MN^3+3MN(MN^2+xy-x^2)+xz(MN^2+xy-x^2)+$$
$$+4(MN^2-x^2-z)(MN^2-x^2-z^2)=$$
$$=3MN^4-3MN^3+3MNxy+MN^2xz-3MNx^2+x^2yz-x^3z+$$
$$+4MN^4-4MN^2x^2-4MN^2z^2+4x^2MN^2+4x^4 \ldots$$