

ОТКРЫТАЯ РЕГИОНАЛЬНАЯ МЕЖВУЗОВСКАЯ ОЛИМПИАДА
ВУЗОВ ТОМСКОЙ ОБЛАСТИ «ОРМО»

019303

Шифр

ТИТУЛЬНЫЙ ЛИСТ
заключительного этапа

1.	Предмет	математика																					
2.	Вариант	1																					
3.	Класс	9Л1																					
4.	Фамилия	Т	А	Р	А	С	О	В															
	Имя	А	Л	Е	К	С	А	М	А	Р													
	Отчество	В	И	Т	А	Л	Б	Е	В	И	Ч												
5.	Дата рождения	2	4																				
		Число		Месяц				Год															
6.	Регион (пр: Томская обл., Алтайский край)	Новосибирская область, Карасукский район																					
7.	Вид муниципального образования (пр: село, город, пгт, деревня)	город																					
8.	Населенный пункт (пр: Томск, Кемерово, Асино)	Карасук																					
9.	Полное наименование образовательного учреждения, в котором Вы обучаетесь	МБОУ Технический лицей №76, Карасукского района Новосибирской области																					

Даю согласие на обработку моих персональных данных и информирование меня посредством sms и e-mail о моих результатах и всех дальнейших мероприятиях, связанных с олимпиадой

Личная подпись Сидор

10.	Контактный телефон	8	9	2	3	1	5	8	8	4	2	5											
11.	e-mail	tarasov-2004@list.ru																					
12.	Профиль в вк	https://vk.com/																					
13.	Документ, удостоверяющий личность	5	0	2	0																		
		серия				номер																	
		ГУ МВД России по Новосибирской области кем и когда выдан 18.10.2019 кем и когда выдан																					
14.	Из числа лиц с ограниченными возможностями по здоровью (инвалид) (да/нет)	нет																					
15.	Сирота (да/нет)	нет																					
16.	Победитель или призер олимпиады прошлого года (да/нет)	нет																					

Открытая региональная межвузовская олимпиада вузов Томской области (ОРМО)

Общий балл	Дата	Ф.И.О. членов жюри	Подписи членов жюри
31	18.09.20	Тевдреева И.В.	Лу

№1

$$[x] + \{2x\} = 2,5 \quad [x] \in \mathbb{Z}$$

$$[x] + \{2x\} = x \quad \text{у } \{2x\} \text{ целая часть} = 0$$

необходимо:

$$[x] = 2$$

$$\{2x\} = 0,5$$

выполняется при:

5

$$x = 2,25$$

$$x = 2,75$$

т.к.

$$[2,25] + \{2 \cdot 2,25\} = 2 + \{4,5\} = 2 + 0,5 = 2,5$$

$$[2,75] + \{2 \cdot 2,75\} = 2 + \{5,5\} = 2 + 0,5 = 2,5$$

Ответ: 2,25 ; 2,75

№2

об: 8:00 → ?
за a мин

об: $v_m \cdot a$ — расстояние ($v_m = v_{машин}$)

с: 8:10 → ? + 20 мин

$$v_m \cdot x + v_m \cdot x + v_m \cdot a = v_m \cdot (a + 10)$$

где x — время за Никитой

|| 8:00 → ? + 10 мин
за a + 10 мин

$$v_m \cdot 2x + v_m \cdot a = v_m \cdot a + v_m \cdot 10$$

$$2x = 10 \text{ мин}$$

$$x = 5 \text{ мин}$$

7

за Никитой ($v_n = v_{никиты}$)

об: $v_n \cdot x$ — S за Никитой

у Никиты была форма в 1 час перед тем, как машина поехала.

$$с: v_n \cdot 60 + v_n \cdot x = v_n \cdot x$$

$$x=5$$

$$29_n \cdot 12 + 29_n \cdot 5 = 29_m \cdot 5 \quad 29_m = 13 \cdot 29_n$$

$$29_n \cdot 12 + 29_n = 29_m$$

Ответ: в 13 раз

24

По неравенству Коши

$$\begin{cases} \frac{a+b}{2} \geq \sqrt{ab} & | \cdot 2c \\ \frac{b+c}{2} \geq \sqrt{bc} & | \cdot 2a \\ \frac{a+c}{2} \geq \sqrt{ac} & | \cdot 2b \end{cases}$$

$$\begin{cases} c(a+b) \geq 2c\sqrt{ab} \\ a(b+c) \geq 2a\sqrt{bc} \\ b(a+c) \geq 2b\sqrt{ac} \end{cases}$$

$$+ \begin{cases} ca+cb \geq 2c\sqrt{ab} \\ ab+ac \geq 2a\sqrt{bc} \\ ba+bc \geq 2b\sqrt{ac} \end{cases}$$

$$2ac+2cb+2ba \geq 2c\sqrt{ab}+2a\sqrt{bc}+2b\sqrt{ac} \\ ab+bc+ca \geq a\sqrt{bc}+b\sqrt{ac}+c\sqrt{ab}$$

з.м.г.

3

$$g(x) = mx^2 + nx + k$$

$$g(k) = mk^2 + nk + k$$

$$g\left(\frac{1}{m}\right) = m\frac{1}{m^2} + \frac{n}{m} + k$$

$$g(k) \cdot g\left(\frac{1}{m}\right) \leq 0$$

т.к. знаки разные

$$(mk^2 + nk + k)\left(\frac{1}{m} + \frac{n}{m} + k\right) = k^2 + nk^2 + mk^3 + \frac{nk}{m} + \frac{n^2k}{m} + nk^2 + \frac{k}{m} + \frac{nk}{m} + k^2 \leq 0$$

$$2k^2 + 2nk^2 + \frac{2nk}{m} + mk^3 + \frac{n^2k}{m} + \frac{k}{m} \leq 0$$

$$2k^2 + 2nk^2 + mk^3 + \frac{2nk + n^2k + k}{m} \leq 0$$

$$\frac{2k^2 + 2nk^2 + mk^3 + 2nk + n^2k + k}{m} \leq 0$$

$$\frac{k(2km + 2mnk + m^2k^2 + 2n + n^2 + 1)}{m}$$

$$\frac{k}{m} \cdot (mk)^2 + 2km(n+1) + 1 + 2n + n^2 \leq 0$$

$$\frac{k}{m} \cdot (mk + n + 1)^2 \leq 0 \Rightarrow \frac{k}{m} \leq 0$$

$$(mk + n + 1)^2 \geq 0$$

$$g(x) = mx^2 + nx + k$$

$$x_1 + x_2 = -\frac{n}{m}$$

$$x_1 x_2 = \frac{k}{m}$$

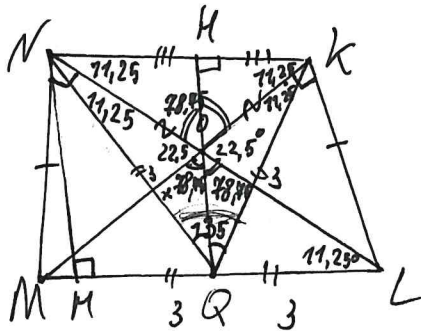
$$x_1, x_2 = \frac{k}{m}$$

$$\frac{k}{m} \leq 0$$

$\Rightarrow x_1, x_2 \leq 0 \Rightarrow x_1$ и x_2 имеют
разные знаки

Ответ: не могут

55



Решение

NQ - медиана в $\triangle MNL$ $\Rightarrow MQ = QL = NQ = 3$
 $\angle MNL = 90^\circ$ (к гипотенузе ML)

NH - высота к гипотенузе $\Rightarrow NH = \sqrt{MH \cdot HL}$

проведем QK - медиану к гипотенузе в $\triangle LKM$ - \triangle \Rightarrow
 $\Rightarrow QK = NQ = 3$

проведем QH - высоту в $\triangle NQK$ - \triangle \Rightarrow
 $(NQ = QK)$

$$\angle KNQ = 22,5^\circ = \angle NKQ$$

$$\triangle NOK - \text{р.б.}; \angle O = 157,5^\circ \Rightarrow \angle KNO = 11,25^\circ$$

$$\angle KNO \text{ или } \angle KLO$$

$$\angle KLO = \angle LNO$$

$$\Rightarrow \angle KNO = \angle LNO = 11,25^\circ \Rightarrow \angle KNQ = 22,5^\circ$$

$$\text{аналогично } \angle NKQ = 22,5^\circ \Rightarrow \angle NQK = 135^\circ$$

$$S = \frac{1}{2} \cdot 3 \cdot 3 \cdot \sin 120 = 2,25\sqrt{3}$$

по теореме cos

$$NK^2 = 3^2 + 3^2 - 3 \cdot 3 \cdot 2 \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} = 9 + 9 - 9\sqrt{2} = 18 - 9\sqrt{2}$$

$$NK = \sqrt{18 - 9\sqrt{2}} = 3\sqrt{2 - \sqrt{2}}$$

$$S = \frac{1}{2} NK \cdot QH = \frac{1}{2} \cdot 3\sqrt{2 - \sqrt{2}} \cdot QH$$

$$QH = \frac{2,25 \cdot \sqrt{2} \cdot 2}{3\sqrt{2 - \sqrt{2}}} = \frac{\sqrt{4 + 2\sqrt{2}}}{4 + 2\sqrt{2}}$$

Ответ: $QH(NH) = \frac{\sqrt{4 + 2\sqrt{2}}}{4 + 2\sqrt{2}}$

Доказано

трапеция $MNKL$

ML, KN - основания

$MK \perp KL$ $NL \perp MN$

$\angle KOL = 22,5^\circ$; $NH = h$

$NQ = 3$ Q - сер. ML

Значит

5