ОТКРЫТАЯ РЕГИОНАЛЬНАЯ МЕЖВУЗОВСКАЯ ОЛИМПИАДА ВУЗОВ ТОМСКОЙ ОБЛАСТИ «ОРМО»

004473

Шифр

ТИТУЛЬНЫЙ ЛИСТ

1.	Предмет	Орг. документы
2.	Вариант	Математика 11 класс Вариант 3 закл
3.	Класс	11
4.	Фамилия	С Ы Р К А Ш Е В
	Имя	М А К А Р
	Отчество	Д Е Н И С О В И Ч
5.	Дата рождения	19 (число) 03 (месяц) 0003 (год)
6.	Страна	Россия
7.	Регион (пр: Томская обл., Алтайский край)	Кемеровская область - Кузбасс
8.	Вид муниципального образования (пр: село, город, пгт, деревня)	Город
9.	Населенный пункт (пр: Томск, Кемерово, Псков)	Новокузнецк
10.	Полное наименование образовательного учреждения, в котором Вы обучаетесь	МБНОУ Лицей №84 имени В. А. Власова

004473

$$\frac{x^3}{m+\sqrt[3]{2020^4}\cdot x} \le \frac{3}{2} - \frac{m}{x\cdot(x^2+\sqrt[3]{2020^4}} - \frac{\sqrt[3]{2020^4}\cdot x}{m+x^3} \qquad m>0$$

Пусть $x^3 = a$; $\sqrt[3]{2020^4}\cdot x = b$; a и $b>0$, т.к. $x>0$ по условию

$$\frac{a}{m+b} \le \frac{3}{2} - \frac{m}{a+b} - \frac{b}{m+a}$$

$$\frac{a}{m+b} + \frac{m}{a+b} + \frac{b}{m+a} \le \frac{3}{2}$$

$\frac{a}{m+b} + \frac{m}{a+b} + \frac{b}{m+a}$ – минимальное значение $\frac{3}{2}$ при условии, что $a=b=m$

$$\begin{cases} \frac{a}{m+b} + \frac{m}{a+b} + \frac{b}{m+a} \ge \frac{3}{2} \\ \frac{a}{m+b} + \frac{m}{a+b} + \frac{b}{m+a} \le \frac{3}{2} \end{cases} \Rightarrow \frac{a}{m+b} + \frac{m}{a+b} + \frac{b}{a+m} = \frac{3}{2} \Rightarrow a=b=m$$

Нет обоснования

$x^3 = \sqrt[3]{2020^4}\, x = m \Rightarrow x^2 = \sqrt[3]{2020^4}$; $x = 2020^{\frac{2}{3}}$

$m = x^3 = 2020^{\frac{2}{3}\cdot 3} = 2020^2 = 4.080.400.$

5 б

Ответ: $m = 4.080.400.$

1	2	3	4	5
6	5	1	5	7

Итого 24 б

2. $\sin(2x)+\sin^5(2x)+2020\sin^9(2x)=\cos(4x)+\cos^5(4x)+2020\cdot\cos^9(4x)$ 004473

Пусть $x=\sin(2x)$; $|x|\le 1$; $\cos(4x)=y$; $|y|\le 1$.

$x+x^5+2020x^9=y+y^5+2020y^9$ – при ограничениях $|x|\le 1$ и $|y|\le 1$ данное уравнение выполняется только в том случае, когда $x=y$, т.е. $\sin 2x=\cos 4x$

Корр. обосн.

$\cos 4x=\cos^2 2x-\sin^2 2x=1-2\sin^2 2x=\sin 2x$;

5б

$2\sin^2 2x+\sin 2x-1=0$ Замена: $\sin 2x=t$, $|t|\le 1$

$2t^2+t-1=0$

$D=1+4\cdot1\cdot2=9$

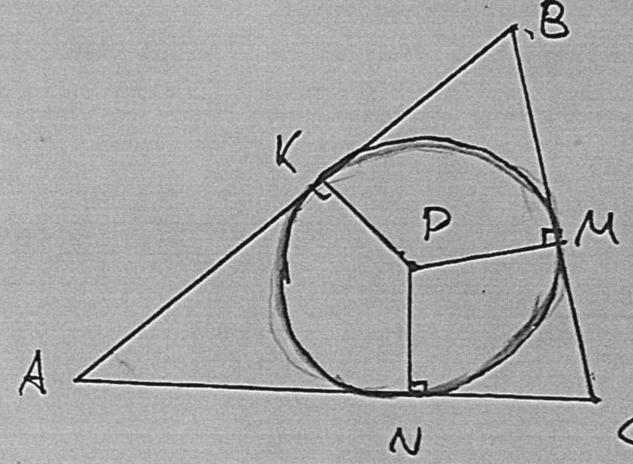
$t_1=\frac{-1+3}{2\cdot2}=\frac{1}{2}$

$t_2=\frac{-1-3}{2\cdot2}=-1$

$$\left[\begin{array}{l}\sin 2x=\frac{1}{2}\\ \sin 2x=-1\end{array}\right.\quad\left[\begin{array}{l}2x=\frac{\pi}{6}+2\pi n, n\in\mathbb{Z}\\ 2x=\frac{5\pi}{6}+2\pi m, m\in\mathbb{Z}\\ 2x=-\frac{\pi}{2}+2\pi k, k\in\mathbb{Z}\end{array}\right.\quad\left[\begin{array}{l}x=\frac{\pi}{12}+\pi n, n\in\mathbb{Z}\\ x=\frac{5\pi}{12}+\pi m, m\in\mathbb{Z}\\ x=-\frac{\pi}{4}+\pi k, k\in\mathbb{Z}\end{array}\right.$$

Ответ: $\frac{\pi}{12}+\pi n, n\in\mathbb{Z}$; $\frac{5\pi}{12}+\pi m, m\in\mathbb{Z}$; $-\frac{\pi}{4}+\pi k, k\in\mathbb{Z}$.

5. $\frac{BC}{PM} + \frac{AC}{PN} + \frac{AB}{PK}$ – мин.



004473

Пусть $BC = a$; $AC = b$; $AB = c$;

Используем неравенство о среднем!

$\frac{BC}{PM} + \frac{AC}{PN} + \frac{AB}{PK} = \frac{a}{PM} + \frac{b}{PN} + \frac{c}{PK} \geq 3\sqrt[3]{\frac{abc}{PM \cdot PN \cdot PK}}$, т.е. $\frac{BC}{PM} + \frac{AC}{PN} + \frac{AB}{PK}$ – будет минимально при $\frac{a}{PM} + \frac{b}{PN} + \frac{c}{PK} = 3\sqrt[3]{\frac{abc}{PM \cdot PN \cdot PK}}$ – данное неравенство выполняется только в том случае, когда $a = b = c$ (т.е. треугольник равносторонний) и $PM = PN = PK = r$ – радиус вписанной окружности,

тогда $\frac{BC}{PM} + \frac{AC}{PN} + \frac{AB}{PK}$ – будет близко к минимальному значению в том случае, когда P – центр вписанной в $\triangle ABC$ окружности.

70

Ответ: сумма будет минимальной, если P-центр вписанной окружности.

1.

$x - \frac{1}{x} = a$, где a - целое число

$\frac{x^2 - ax - 1}{x} = 0$ $\quad x^2 - ax - 1 = 0$ $\quad D = a^2 + 4$ $\quad x_1 = \frac{a + \sqrt{a^2+4}}{2}$

$x_2 = \frac{a - \sqrt{a^2+4}}{2}$ - иррациональные числа

Если $\frac{1}{x} - \frac{1}{x^2+2021}$ - целое число, то $\frac{1}{x^2+2021} - \frac{1}{x}$ - тоже целое число, т.к.

$\frac{1}{x} - \frac{1}{x^2+2021} = -\left(\frac{1}{x^2+2021} - \frac{1}{x}\right)$;

$x - \frac{1}{x} - \left(\frac{1}{x^2+2021} - \frac{1}{x}\right) = x - \frac{1}{x^2+2021} = b$ - целое число (разность 2-ух целых чисел должна быть целым числом

x можно представить, как дробь с иррациональным числителем, тогда $\frac{1}{x^2+2021}$ - дробь с иррациональным знаменателем,

~~тк~~. $x = b + \frac{1}{x^2+2021} = \frac{bx^2 + b2021 + 1}{x^2+2021}$ - число с иррациональными числителем и знаменателем, но $x = \frac{a \pm \sqrt{a^2+4}}{2}$, т.е. знаменатель должен представлять собой рациональное число.

Ответ: нет, не существует.

6 б

3.

$p(t) = t^n + 5t^{n-1} + 3$, $n > 1$ $\quad n$ - целое число

$p(t) = t^{n-1}\left(t + 5 + \frac{3}{t^{n-1}}\right) = t^{n-1}\left(5 + t + \frac{3t}{t^n}\right) = t^{n-1}\left(5 + t + 3t^{1-n}\right)$

$1-n < 0$, что противоречит условию, чтобы степени были положительным числом,

Т.е. $p(t)$ нельзя разложить на многочлены с положительными степенями, где всегда будет число, ~~указ~~ степень которого меньше 0.

Ответ: нет, нельзя.

Некорр. обоснование

1 б