Место для скобы

ОТКРЫТАЯ РЕГИОНАЛЬНАЯ МЕЖВУЗОВСКАЯ ОЛИМПИАДА «ОРМО»
ТИТУЛЬНЫЙ ЛИСТ
заключительного этапа

03832

1.	Предмет	МАТЕМАТИКА
2.	Вариант	1
3.	Класс	10
4.	Фамилия	СУРУН-ООЛ
	Имя	ЛИНА
	Отчество	САЛИМОВНА
5.	Дата рождения	Число: 02; Месяц: 04; Год: 2005
6.	Страна	Россия
7.	Регион *(пр: Томская обл., Калининградская область)*	Республика Тыва
8.	Вид муниципального образования *(пр: пгт, деревня, село, город)*	город
9.	Населенный пункт *(пр: Томск, Кемерово, Псков)*	Кызыл
10.	Полное наименование образовательного учреждения, в котором Вы обучаетесь в данное время	МАОУ „Лицей №15"

Даю согласие на обработку моих персональных данных и информирование меня посредством sms и e–mail о моих результатах и всех дальнейших мероприятиях, связанных с олимпиадой

Личная подпись ____________

Шифр 03832

Открытая региональная межвузовская олимпиада вузов Томской области (ОРМО)

Общий балл	Дата	Ф.И.О. членов жюри	Подписи членов жюри
23б	3.04.22	Гендриш И.Ю.	[подпись]

1	2	3	4	5
7	7	1	1	7

1) рассмотрим числа на которые заканчиваются их квадраты, получим =>

$1^2 \to 1$
$2^2 \to 4$
$3^2 \to 9$
$4^2 \to 6$
$5^2 \to 5$
$6^2 \to 6$
$7^2 \to 9$
$8^2 \to 4$
$9^2 \to 1$
$0^2 \to 0$

=> все квадраты могут заканчиваться только на ~~0,1,4,6~~ 0,1,4,5,6,9.

7б

Поэтому рассмотрим следущее: $1! = 1$ и ~~1~~, $2! = 1\cdot 2 = 2$

1. $1! = 1$
2. $1!+2! = 1+1\cdot 2 = 3$
3. $1!+2!+3! = 1+1!\cdot 2 + \cancel{1!\cdot 2\cdot 3} + 2!\cdot 3 = 3+6 = 9$
4. $1!+2!+3!+4! = 9+4! = 9+3!\cdot 4 = 9+24 = 33$
5. $1!+2!+3!+4!+5! = 33+4!\cdot 5 = 33+120 = \cancel{120}\ \cancel{155}\ 153$
6. $1!+2!+3!+4!+5!+6! = 153+5!\cdot 6 = 153+720 = 873$

...

сумма последующих факториалов будет заканчиваться на 3, т.к. после 3 факториалы больше 4 заканчиваются на ноль.

единственные числа, которые нам подходят это 1 и 9, остальные нет, так как ~~всегда буд~~ они заканчиваются на 3, а ~~не~~ квадраты не заканчиваются на 3 => Ответ: ~~1,3~~ при $n=1$, $n=3$.

2) $p(x) = (a+1)x^2 - (a+1)x + 2022$ – парабола.

при $x\in[0;1]$ $-2022 \le p(x) \le 2022$, $x=1 \Rightarrow p(x) = a+1-a-1+2022 = 2022.$
$x=0 \Rightarrow p(x) = 2022$

значит, ветви параболы идут вверх, а также ~~на~~ $x_0 = \frac{1}{2}$.

чем больше коэффициент при x^2, тем уже парабола =>

$\Rightarrow y_0 = -2022 \Rightarrow -2022 = (a+1)\frac{1}{4} - (a+1)\frac{1}{2} + 2022.$

$\frac{1}{4}a + \frac{1}{4} - \frac{1}{2}a - \frac{1}{2} + 4044 = 0. \ |\cdot 4$

$a + 1 - 2a - 2 + \cancel{4044}\ 16176 = 0.$

$-a = -16176 + 2 - 1 = -16175 \Rightarrow a = 16175.$

7б

Ответ: $a = \cancel{17175}\ 16175$

5) 3) $a^3 - 2022a + 1011 = 0$; $b^3 - 2022b + 1011 = 0$, $c^3 - 2022c + 1011 = 0$.

Эти уравнения схожи => найдём корни только для одного из них.

$a^3 - 2022a + 1011 = 0$

$a^3 - 2022a = -1011$

$a(a^2 - 2022) = -1011$

$-1011 = 1 \cdot (-1011)$
$-1011 = (-1) \cdot 1011$
$-1011 = (-3) \cdot 337$
$-1011 = 3 \cdot (-337)$

1 б

I $a = 1 \Rightarrow a^2 - 2022 = -1011$
$a^2 = 1011$
$a_{2,3} = \pm\sqrt{1011}$

$\Rightarrow \frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c} = \frac{1}{1} + \frac{1}{\sqrt{1011}} - \frac{1}{\sqrt{1011}} = 1$

II $a = -1 \Rightarrow a^2 - 2022 = 1011$
$a^2 = 3033$
$a_{2,3} = \pm\sqrt{3033}$

$\Rightarrow \frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c} = \frac{1}{-1} + \frac{1}{\sqrt{3033}} - \frac{1}{\sqrt{3033}} = -1$

III $a = 3 \Rightarrow a^2 - 2022 = -337$
$a^2 = 1685$
$a = \pm\sqrt{1685}$

$\Rightarrow \frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c} = \frac{1}{3} + \frac{1}{\sqrt{1685}} - \frac{1}{\sqrt{1685}} = \frac{1}{3}$

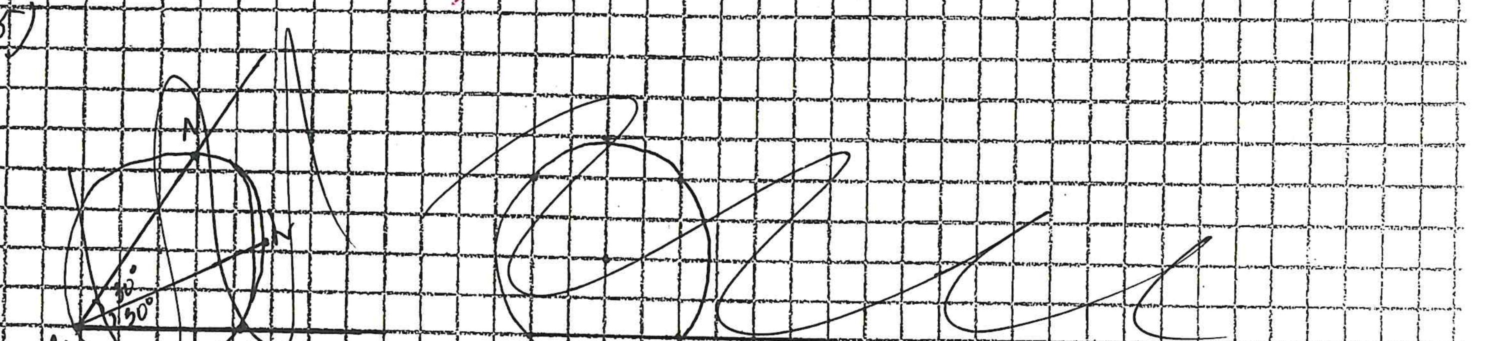
IV $a = -3 \Rightarrow a^2 - 2022 = \cancel{235}\ 337$
$a^2 = 2359$
$a_{2,3} = \pm\sqrt{2359}$

$\Rightarrow \frac{1}{a} + \frac{1}{c} + \frac{1}{b} = \frac{1}{-3} + \frac{1}{\sqrt{2359}} - \frac{1}{\sqrt{2359}} = -\frac{1}{3}$

Ответ: $1; -1; \frac{1}{3}; -\frac{1}{3}$

Ответ неверный

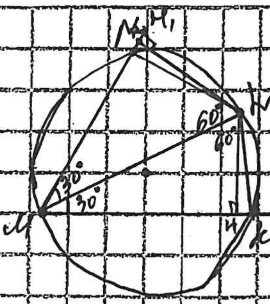
5)



скобы

Шифр 03832

5)



Дано: $S_{MNLK} = 25$; ML - биссектриса, $\angle MN = 30°$

Найти: MK + MN

Решение: т.к. ML - биссектр. => 1. $\angle LMN = \angle LMK = 30°$
2. по св-ву биссектр =>

=> $\frac{MK}{MN} = \frac{KL}{LN}$

$S_{MNLK} = 25 = S_{\Delta MLN} + S_{\Delta KLM}$; $S_{\Delta MLN} = \frac{1}{2} MN \cdot LM_1$; $S_{\Delta MLK} = \frac{1}{2} MK \cdot \frac{1}{2} LM$

$LH = LH_1$ <= $LH = \frac{1}{2} ML$, т.к. катет лежащ напротив угла равного 30° равен полов. гипотенузы.
$LH_1 = \frac{1}{2} LM$, т.к. катет лежащ. напротив угла равного 30° равен полов. гипот.

$S_{MNLK} = \frac{1}{2} MN \cdot \frac{1}{2} LM + \frac{1}{2} MK \cdot \frac{1}{2} LM = \frac{1}{4} LM (MN + MK) = 25$

~~LM~~ $(MN + MK) = \frac{100}{LM}$

~~$\angle NMK + \angle NLK = \angle MLK =$~~

~~Ответ~~

$\angle NMK + \angle NLK = 180°$, т.к. четырёхугольник вписанный

=> $60° + \angle NLK = 180°$ => $\angle NLK = 120°$ =>

=> $\angle MLH = 60° = \angle MLK$ => треугольники MNL и ΔMLK - прямоугольные =>

=> ~~LM = MK~~ $\cos 30° = \frac{MK}{ML}$ => $ML = \frac{MK}{\cos 30°}$ =>

=> $(MN + MK) = \frac{100 \cdot \cos 30°}{MK}$ => $2MK = \frac{100 \cos 30°}{MK}$

$2MK^2 = 100 \cos 30°$

$MK = \sqrt{50 \cdot \cos 30°} = \sqrt{25\sqrt{3}}$ =>

=> $MK + MN = 2MK =$ ~~$50\sqrt{3}$~~ $2\sqrt{25\sqrt{3}} =$ ~~$10\sqrt{3}$~~ $10\sqrt[4]{3}$

Ответ: ~~$50\sqrt{3}$~~ $2\sqrt{25\sqrt{3}}$

+0

4)

скобы

Шифр 03832

4) $(a^2+b^2+c^2)(x^2+y^2+z^2)-(ax+bz)^2-(by+cx)^2-(cz-ay)^2 \geq 0$

$\cancel{a^2x^2}+a^2y^2+a^2z^2+b^2x^2+\cancel{b^2y^2}+\cancel{b^2z^2}+\cancel{c^2x^2}+c^2y^2+\cancel{c^2z^2}-\cancel{a^2x^2}-2axbz-\cancel{b^2z^2}-\cancel{b^2y^2}-2bycx-$
$-\cancel{c^2x^2}-\cancel{c^2z^2}-a^2y^2+2aycz \geq 0.$

$a^2z^2+b^2x^2+c^2y^2-2axbz-2bycx+2aycz \geq 0.$

Введем замену: $az=p$
$bx=d$
$cy=r$

1б

$p^2+d^2+r^2-2pd-2dr+2pr \geq 0.$

$\cancel{p}+(p-d)^2+r^2-2dr+2pr \geq 0.$

$(p-d)^2+r^2+d^2-2dr-d^2+r^2+p^2+2pr-r^2-d^2 \geq 0.$

$(p-d)^2+(r-d)^2+(r+p)^2-d^2-r^2-\cancel{d}p^2 \geq 0$

$d^2 \cancel{\geq (p-d)^2, (r-d)^2}$