Место для скобы

# ОТКРЫТАЯ РЕГИОНАЛЬНАЯ МЕЖВУЗОВСКАЯ ОЛИМПИАДА «ОРМО»
## ТИТУЛЬНЫЙ ЛИСТ
**заключительного этапа**

03334

**Шифр**

| | | |
|---|---|---|
| 1. | Предмет | Математика |
| 2. | Вариант | 1 |
| 3. | Класс | 8 |
| 4. | Фамилия | Солдатов |
| | Имя | Егор |
| | Отчество | Витальевич |
| 5. | Дата рождения | Число: 18; Месяц: 04; Год: 2007 |
| 6. | Страна | Россия |
| 7. | Регион *(пр: Томская обл., Калининградская область)* | Кемеровская область |
| 8. | Вид муниципального образования *(пр: пгт, деревня, село, город)* | город |
| 9. | Населенный пункт *(пр: Томск, Кемерово, Псков)* | Анжеро-Судженск |
| 10. | Полное наименование образовательного учреждения, в котором Вы обучаетесь в данное время | НМБОУ „Гимназия №11" |

Даю согласие на обработку моих персональных данных и информирование меня посредством sms и e–mail о моих результатах и всех дальнейших мероприятиях, связанных с олимпиадой

*Личная подпись* Солд

Шифр 03334

**Открытая региональная межвузовская олимпиада вузов Томской области (ОРМО)**

| Общий балл | Дата | Ф.И.О. членов жюри | Подписи членов жюри |
|---|---|---|---|
| 15 | 28.03 | Корчкевич Е.Е. | [подпись] |

№ 1. „Вычтем" $2^{ое}$ уравнение из $1^{ого}$:

~~[illegible]~~ $(u + v\cdot w) - (v + w\cdot u) = 0;$ (т.к. $12-12=0$)

$u + v\cdot w - v - w\cdot u = 0;$

$u(1-w) - v(1-w) = 0;$

$(u-v)(1-w) = 0;$

$u - v = 0$ или $1 - w = 0;$

$u = v$ $\quad w = 1$

| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | Σ |
|---|---|---|---|---|---|
| 7 | 1 | 0 | 7 | 0 | 15 |

Рассмотрим оба случая: когда $u=v$ и когда $w=1$:

1) ~~[illegible] по данным уравнений, составленных из первых двух уравнений исходной системы будет выглядеть так:~~

~~$\left\{ u + v = 12, \right.$~~

Если $w=1$, то $\begin{cases} u+v\cdot w=12,\\ v+w\cdot u=12,\\ w+u\cdot v=12;\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} u+v=12,\\ v+u=12,\\ 1+u\cdot v=12\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} u+v=12,\\ u\cdot v=11.\end{cases} \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow \begin{cases} u=12-v,\\ v(12-v)=11;\end{cases}$ Решим отдельно $v(12-v)=11;$

$12v - v^2 - 11 = 0; \quad |\cdot(-1)$

$v^2 - 12v + 11 = 0;$

$a=1,\ b=-12,\ c=11.$

$D = 144 - 4\cdot1\cdot11 = 144-44 = 100$

$v_1\ \cancel{x_1} = \frac{12+10}{2} = 11;\quad v_2\ \cancel{x_2} = \frac{12-10}{2} = 1$

Значит, ~~если $v=11$~~ корни уравнения $u=12-v$ — тоже 1 и 11. Отсюда имеем две тройки, удовлетворяющие исходной системе в заданном отрезке: $(1;\ 11;\ 1)$, $(11;\ 1;\ 1)$ (т.к. $w=1$). Проверка показывает, что тройки действительно подходят

...МЕСТО скобы

Шифр 03334

2) Когда $u = v$. Запишем теперь данную систему, заменяя $v$ на $u$ (т.к. они равны при $u = v$):

$$\begin{cases} u + u \cdot w = 12, \\ u + w \cdot u = 12, \\ w + u \cdot u = 12; \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} u + u \cdot w = 12, \\ w + u^2 = 12; \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} u + u(12 - u^2) = 12; \\ w = 12 - u^2, \end{cases}$$

Решим отдельно $u + u(12 - u^2) = 12$;

$u + 12u - u^3 - 12 = 0$;

$12(u - 1) - u(u^2 - 1) = 0$;

$12(u-1) - u(u-1)(u+1) = 0$

$(u-1)(12 - u(u+1)) = 0$;

$(u-1)(12 - u^2 - u) = 0$;

$u - 1 = 0$ или $(12 - u^2 - u) = 0 \quad | \cdot (-1)$

$u = 1$

$u^2 + u - 12 = 0$

$a = 1,\ b = 1,\ c = -12$.

$D = 1 - 4 \cdot 1 \cdot (-12) = 1 - 4(-12) = 1 + 48 = 49$

$u_1 = \frac{-1-7}{2} = -4$; $u_2 = \frac{-1+7}{2} = 3$;

Вернемся теперь к уравнению вспомогательной системы $w + u^2 = 12$. Если $u$ — ~~это~~ 1, 3 или -4, то $w + u^2 = 12$ имеет корни 11; 3 и -4:

при $u = 1$, или 3 или -4

$w + 1 = 12$, $w = 11$ | $w + 3^2 = 12$; $w + 9 = 12$, $w = 3$ | $w + (-4)^2 = 12$, $w + 16 = 12$, $w = -4$

Получаем ещё три тройки, удовлетворяющие системе, данной в задаче:

$(1; 1; 11)$, $(3; 3; 3)$, $(-4; -4; -4)$ (т.к. $u = v$). Проверка показывает, что тройки действительно подходят.

Итого, у нас пять троек. Это — все решения, т.к. если вычитать 3$^{ее}$ из 2$^{ого}$ и 1$^{ое}$ из 3$^{его}$ получим аналогичные тройки (других не будет). В итоге получ

Далее в задаче системы и значения, составленные указанными образом с наличием „, величины", разнообразны, задачу можно считать решенной.

Ответ: $(11; 1; 1)$, $(1; 11; 1)$, $(1; 1; 11)$, $(3; 3; 3)$ и $(-4; -4; -4)$

№3. Мы имеем дело с так называемой рекурсией (функция „вызывает" саму себя с неограниченно раз!). Крайнего, базового или нерекурсивного случая — нет (т.к любое действительное число можно представить в виде разности двух действительных): $g(1) = g(2) + g(1) - 2021(x+y)$, где $1 = 2 - 1$. Программисты в таком случае говорят „стек уходит в глубину до бесконечности". Результат не будет вычислен, но при намеренном вычислении, по видимому, стремится к $\infty$ или $-\infty$, в случае с 2022 — к $(-\infty)$ (обратите внимание на „содержательное слагаемое" $-2021(x+y)$ — оно будет отрицательным.

Ответ: нет

№2. Если продолжать запись тройки вида $a, b, c$ можно заметить, что

$a-b,\ b-c,\ c-a$

$a-b-b+c,\ b-c-c+a,\ c-a-a+b$

через некоторое время можно будет каждое из трёх чисел строки представить в виде $2n$, где $n \in \mathbb{Z}$, т.к по усл. $a, b$ и $c$ — целые. Т.е. все числа ниже 13 строки — будут чётными. А т.к. 2021 — нечетное, оно будет нельзя встретить.

№4. $\frac{1}{1+m+mn} + \frac{1}{1+n+nk} + \frac{1}{1+k+km} = \frac{1}{1+m(1+n)} + \frac{1}{1+n(1+k)} + \frac{1}{1+k(1+m)}$

Если $m = \frac{1}{nk}$, то $\frac{1}{1+m(1+n)} + \frac{1}{1+n(1+k)} + \frac{1}{1+k(1+n)} = \frac{1}{1+\frac{1}{nk}(1+n)} + \frac{1}{1+n(1+k)} + \frac{1}{1+k(1+\frac{1}{nk})} =$

$= \frac{1}{1+\frac{1}{}}$

место скобы

Шифр 03334

№4) Если $m=\frac{1}{nk}$, то $\frac{1}{1+m+mn}+\frac{1}{1+n+nk}+\frac{1}{1+k+km}=\frac{1}{1+\frac{1}{nk}+\frac{1}{nk}\cdot n}+\frac{1}{1+n+nk}+\frac{1}{1+k+k\cdot\frac{1}{nk}}=$

$=\frac{1}{1+\frac{1}{nk}+\frac{1}{k}}+\frac{1}{1+n+nk}+\frac{1}{1+k+\frac{1}{n}}=\frac{1}{\frac{nk+1+n}{nk}}+\frac{1}{1+n+nk}+\frac{1}{\frac{n+nk+1}{n}}=\frac{nk}{nk+1+n}+\frac{1}{nk+1+n}+$

$+\frac{n}{n+nk+1}=\frac{nk+1+n}{nk+1+n}=1$

Ответ: 1 (единица).