ОТКРЫТАЯ РЕГИОНАЛЬНАЯ МЕЖВУЗОВСКАЯ ОЛИМПИАДА ВУЗОВ ТОМСКОЙ ОБЛАСТИ «ОРМО»

004477

Шифр

ТИТУЛЬНЫЙ ЛИСТ

1.	Предмет	Орг. документы
2.	Вариант	Математика 11 класс Вариант 3 закл
3.	Класс	11
4.	Фамилия	С О К О Л О В А
	Имя	А Н А С Т А С И Я
	Отчество	А Н Д Р Е Е В Н А
5.	Дата рождения	0 8 (число) 0 5 (месяц) 2 0 0 3 (год)
6.	Страна	Россия
7.	Регион (пр: Томская обл., Алтайский край)	г Москва
8.	Вид муниципального образования (пр: село, город, пгт, деревня)	Город
9.	Населенный пункт (пр: Томск, Кемерово, Псков)	Москва
10.	Полное наименование образовательного учреждения, в котором Вы обучаетесь	ГБОУ Школа №1534

Место для скобы

Шифр 004477

Открытая региональная межвузовская олимпиада вузов Томской области (ОРМО)

Общий балл	Дата	Ф.И.О. членов жюри	Подписи членов жюри
19б	14.04.21	Гендрише И.Ю.	

№1

Допустим, что такой x существует. Очевидно, что если $x \notin \mathbb{Z}$. Это нетрудно доказать: если $\frac{x^2-1}{x} \in \mathbb{Z}$ и $x \in \mathbb{Z}$ => $(x-1)(x+1) \vdots x$ или $x = \pm 1$. $\left[\begin{matrix} x-1 \vdots x \\ x+1 \vdots x \end{matrix}\right.$ <=> $x = \pm 1$. При подстановке ± 1 в другие два числа обнаруживается, что они нецелые => $x \notin \mathbb{Z}$.

Числа $\frac{1}{x} - \frac{1}{x^2+2021}$ и $\frac{1}{x^2+2021} - \frac{1}{x}$ равны по модулю => если хотя бы одно из них целое, целое и второе.

Т.к. мы доказали, что x-нецелое, и предположили, что все числа из условия целые, получается, что x и $\frac{1}{x}$ имеют одинаковое значение после запятой

Сумма и разность целых чисел — целое число. То есть: $x - \frac{1}{x} + \frac{1}{x^2+2021} - \frac{1}{x} = \frac{x^2(x^2+2021) - 2(x^2+2021) + x}{x(x^2+2021)}$

$\frac{x^4 + x^2 2021 - 2x^2 - 4042 + x}{x(x^2+2021)} = \frac{x^4 + 2019x^2 - 4042 + x}{x(x^2+2021)} \notin \mathbb{Z}$

Ответ: нет

1	2	3	4	5
7	5	2	5	0

Место для скобы

Шифр 004477

№4

Первое, что бросается в глаза, очень большая схожесть двух дробей: $\frac{x^3}{m+\sqrt[3]{2020^4}x}$ и $\frac{m}{x(x^2+\sqrt[3]{2020^4})}$. Так и хочется заменить m на x^3. Давайте пока так и делаем, а дальше посмотрим:

$$\frac{x^3}{x^3+\sqrt[3]{2020^4}x} \le \frac{3}{2} - \frac{x^3}{x^3+\sqrt[3]{2020^4}x} - \frac{\sqrt[3]{2020^4}x}{2x^3};\ x\neq 0$$

$$\frac{2x^6-3x^3(x^3+\sqrt[3]{2020^4}x)+2x^6+\sqrt[3]{2020^4}x(x^3+\sqrt[3]{2020^4}x)}{(x^3+\sqrt[3]{2020^4}x)2x^3}\le 0$$

$$\frac{4x^6-3x^6-3x^4\sqrt[3]{2020^4}+x^4\sqrt[3]{2020^4}+x^2\sqrt[3]{2020^8}}{2x^6+2x^4\sqrt{2020^4}}\le 0$$

$$\frac{x^6-2x^4\sqrt[3]{2020^4}+x^2\sqrt[3]{2020^8}}{2x^6+2x^4\sqrt[3]{2020^4}}\le 0$$

$\exists\ t=x^2,\ t\geqslant 0$: $\frac{t^3-2t^2\sqrt[3]{2020^4}+t\sqrt[3]{2020^8}}{2t^3+2t^2\sqrt[3]{2020^4}}\le 0$; $t\neq 0$, т.к. $x\neq 0$

$$\frac{t^2-2t\sqrt[3]{2020^4}+\sqrt[3]{2020^8}}{2t(t+\sqrt[3]{2020^4})}\le 0$$

$-\sqrt[3]{2020^4}$, 0, $\sqrt[3]{2020^4}$, t

0, t

$D=4\cdot(\sqrt[3]{2020^4})^2-4\sqrt[3]{2020^8}=0$

$t=0,\ x=0$

$t=\sqrt[3]{2020^4},\ x=\sqrt[3]{2020^2}$

$t=-\sqrt[3]{2020^4},\ x$ —

$x\in(0;\sqrt[3]{2020^2}]$ =>

$n\in(0;2020^2]$

Ответ: $(0;2020^2]$

5 б

Неравенство решено некорректно.

Место для скобы

Шифр 004477

№2

$\sin(2x)+\sin^5(2x)+\sin^9(2x)\cdot 2020 = \cos(4x)+\cos^5(4x)+2020\cos^9(4x)$

1) $\sin(2x)=\cos(4x)$; $\sin^5(2x)=\cos^5(4x)$; $2020\cdot\sin^9(2x)=2020\cdot\cos^9(4x)$

$\sin(2x) = 1-2\sin^2(2x)$

$2\sin^2(2x)+\sin 2x-1=0$

Нет обоснования

5 б

$D=1+8=9$;

$\left[\begin{array}{l}\sin 2x = \frac{-1+3}{4}\\ \sin 2x = \frac{-1-3}{4}\end{array}\right. \Rightarrow \left[\begin{array}{l}x=\frac{3\pi}{4}+\pi k\\ x=\frac{\pi}{12}+\pi k\\ x=\frac{5\pi}{12}+\pi k\end{array}\right.$

~~2) $\sin(2x)=\cos^5(4x)$; $\sin^5(2x)=\cos(4x)$; $\sin^9(2x)=\cos^9(4x)$;~~

~~$\sin(2x)=\cos 4x\left(\frac{1+\cos^2 8x}{2}\right)$.~~

~~$\sin(2x)=(1-\sin^2(2x))\left(\frac{1+\frac{1+\cos^2 16x}{2}}{2}\right)$;~~

~~$y=\sin(2x)\uparrow x\in[-\frac{\pi}{4};\frac{\pi}{4}]$~~

~~$y=\cos^5(4x)\uparrow x\in[-\frac{\pi}{4};0]$; $\downarrow$, $x\in[0;\frac{\pi}{4}]$~~

Ответ: $\{\frac{3\pi}{4}+\pi k;\ \frac{\pi}{12}+\pi k;\ \frac{5\pi}{12}+\pi k\}\ k\in\mathbb{Z}$

№3

$p(t)=t^n+5\frac{t^n}{t}+3$, $n>1$; $3=1\cdot 3 \Rightarrow$ в разложении должны быть свободные коэффициенты 1 и 3.

~~[illegible]~~ $5=1\cdot 5 \Rightarrow$ в разложении также должен быть коэффициент 5, либо несколько раз коэффициент 1, но тогда мы не получим $+3$ в $p(t) \Rightarrow$ разложить невозможно.

недост. обоснование

Ответ: {нет}

2 б

P.S. $3=(-1)\cdot(-3)$; $5=(-1)\cdot(-5)$, но эти варианты рассматриваются аналогично