ОТКРЫТАЯ РЕГИОНАЛЬНАЯ МЕЖВУЗОВСКАЯ ОЛИМПИАДА ВУЗОВ ТОМСКОЙ ОБЛАСТИ «ОРМО»

004557

Шифр

ТИТУЛЬНЫЙ ЛИСТ

1.	Предмет	Орг. документы
2.	Вариант	Математика 11 класс Вариант 3 закл
3.	Класс	11
4.	Фамилия	С М И Р Н О В А
	Имя	А Р И Н А
	Отчество	А Н Д Р Е Е В Н А
5.	Дата рождения	07 (число) 03 (месяц) 2003 (год)
6.	Страна	Россия
7.	Регион (пр: Томская обл., Алтайский край)	Вологодская обл
8.	Вид муниципального образования (пр: село, город, пгт, деревня)	Город
9.	Населенный пункт (пр: Томск, Кемерово, Псков)	Череповец
10.	Полное наименование образовательного учреждения, в котором Вы обучаетесь	МАОУ"ОЛ"АМТЭК"

1	2	3	4	5	Σ
4	5	4	2	4	19

004557

№4.

$$\frac{x^3}{m+\sqrt[3]{2020^4}\,x} \leq \frac{3}{2} - \frac{m}{x\left(x^2+\sqrt[3]{2020^4}\right)} - \frac{\sqrt[3]{2020^4}\cdot x}{m+x^3}$$

Пусть $\sqrt[3]{2020^4}\,x = a$

$$\frac{x^3}{m+a} + \frac{m}{x^3+a} + \frac{a}{m+x^3} \leq \frac{3}{2}$$

$\cancel{x^3+m}$

$m \in [0; 2020]$

Ответ: $m \in [0; 2020]$.

Страница

004557

Шифр

№ 2.

$\sin(2x)+\sin^5(2x)+2020\sin^9(2x)=\cos(4x)+\cos^5(4x)+2020\cdot(\cos^9(4x))$

Пусть $\sin(2x)=a$, ~~cos 4x~~ $\cos(4x)=b$.

$\cos(4x)=\sin\left(\frac{\pi}{2}-4x\right)$

$a+a^5+2020a^9=b+b^5+2020b^9$

$2020(a^9-b^9)+(a^5-b^5)+(a-b)=0$

Это возможно? только в том случае, если $a=b$. Только в этом случае левая часть обратится в ноль

Тогда $\sin(2x)=\cos(4x)$

$\sin(2x)=\sin\left(\frac{\pi}{2}-4x\right)$

$\sin(2x)-\sin\left(\frac{\pi}{2}-4x\right)=0$

По формуле $\sin\alpha-\sin\beta=2\cos\left(\frac{\alpha+\beta}{2}\right)\sin\left(\frac{\alpha-\beta}{2}\right)$

$\sin(2x)-\sin\left(\frac{\pi}{2}-4x\right)=2\cos\left(\frac{-4x+\pi}{4}\right)\sin\left(\frac{12x-\pi}{4}\right)=0$

$\left[\begin{array}{ll}\cos\left(\frac{-4x+\pi}{4}\right)=0 & x=\frac{3\pi}{4}+\pi n,\ n\in\mathbb{Z} \\ \sin\left(\frac{12x-\pi}{4}\right)=0 & x=\frac{\pi}{12}+\frac{\pi k}{3},\ k\in\mathbb{Z}\end{array}\right.$

$x=\frac{\pi}{12}+\frac{\pi k}{3},\ k\in\mathbb{Z}$

?

Ответ: $x=\frac{\pi}{12}+\frac{\pi k}{3},\ k\in\mathbb{Z}$

№ 1.

Пусть $a=\frac{1}{x}-\frac{1}{x^2+2021}$ — целое, $b=x-\frac{1}{x}$ — целое, $c=\frac{1}{x^2+2021}-\frac{1}{x}$ — целое.

Числа a и c противоположные, т.к. $a=-c$

$a+c=0$. Значит если одно из чисел a или c целое, то и второе тоже целое.

Из Значит b-целое, $\Rightarrow$ то $x=b+\frac{1}{x}$, где b-целое

$\frac{1}{x}=x-b$ $\Rightarrow$ $a=x-b-\frac{1}{x^2+2021}$, a-целое

1

Шифр 004557

Пусть $a+b=d$ – целое

$d = x - \frac{1}{x^2+2021}$, d – целое

$\cancel{x = d + \frac{1}{x^2+2021}}$

$\cancel{x = b + \frac{1}{x} = \frac{1}{x^2+2021} + d}$

$a = \frac{1}{x} - \frac{1}{x^2+2021} \Rightarrow$

Отсюда следует, что $x<1$ (т.к. если $x \geq 1$, то $a<1$ и $a>-1$) но при этом $a \neq 0 \Rightarrow a$ – не цел

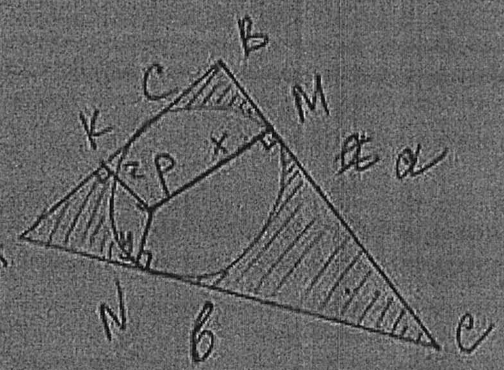
Т.к. $x<1$, то d может быть из целых значений только $=0$

$x - \frac{1}{x^2+2021} = 0$ $\quad \frac{1}{x - x^2+2021} = 0$

$x \in \varnothing \Rightarrow$ такого быть не может.

Ответ: не существу

№5



Дано:
$\triangle ABC$
т. P лежит внутри $\triangle ABC$
$PM \perp BC$
$PN \perp AC$
$PK \perp AB$
Найти:
все т. P, при кот.
$\frac{BC}{PM} + \frac{AC}{PN} + \frac{AB}{PK} = min$

Реш-е

$BC=a$, $AC=b$, $AB=c$; $S_{BPC}=\frac{xa}{2}$,
$PM=x$, $PN=y$, $PK=z$; $S_{CPA}=\frac{yb}{2}$; $S_{APB}=\frac{zc}{2}$.

Тогда $ax+by+cz = 2(S_{BPC}+S_{CPA}+S_{APB}) = 2S_{ABC}$

$x:y:z = \frac{S_{BPC}}{a} : \frac{S_{CPA}}{b} : \frac{S_{APB}}{c}$

Вектор $\vec{n}(a;b;c) \perp$ пл-ти с коорд. (x,y,z)

Если $ax_1+by_1+cz_1 = 2S_{ABC}$ и $ax_2+by_2+cz_2 = 2S_{ABC}$

то $a(x_1-x_2)+b(y_1-y_2)+c(z_1-z_2)=0$

$\frac{a}{x}+\frac{b}{y}+\frac{c}{z} = min$ $\qquad a, b, c = const.$

Нужны точки, для кот. x, y, z будут максимальны

Шифр

в-самая большая из сторон $\triangle ABC$

Значит, чтобы $\frac{a}{x}+\frac{b}{y}+\frac{c}{z}=\min$ у должно быть max, или x, или z вне

Все т., лежащие ~~вне~~ впис-ой окр. (не включая т. касания, т.к. иначе или x, или y, или z = 0, а делить на 0 нельзя), подойдут.

Ответ: т., леж-е ~~на~~ вне впис. окр-ти.

№3.

$p(t)=t^{n}+5t^{n-1}+3$ $\qquad n>1$ $\qquad$ n-целое

$n=2$ $\quad D=25-12=13$

$t_{1,2}=\frac{-5\pm\sqrt{13}}{2}$ - не подх.

$n=3$ $\quad t^3+5t^2+3=p(t)$

p(t) ~~никогда не будет = 0~~ ?

Пусть $p(t)=(at-b)(t^{\pm}\dots)$, где a и в-коэффициенты

а обязательно = 1, значит и в обязательно = 1 или 3

Но $b=1$ или $b=3$ не подходит (делители 3)

Значит ф-я p(t) в виде произв-я многочленов полож. степени с целыми коэффициентами невозможна для представления

Ответ: нет