

место для
сскбы

ОТКРЫТАЯ РЕГИОНАЛЬНАЯ МЕЖВУЗОВСКАЯ ОЛИМПИАДА
ВУЗОВ ТОМСКОЙ ОБЛАСТИ «ОРМО»

019698

Шифр

ТИТУЛЬНЫЙ ЛИСТ
заключительного этапа

1.	Предмет	математика																					
2.	Вариант	1																					
3.	Класс	11																					
4.	Фамилия	Ш	В	А	К	О	В																
	Имя	М	А	К	С	И	М																
	Отчество	И	Г	О	Р	Е	В	И	Ч														
5.	Дата рождения	0	8																				
		Число		Месяц		Год																	
6.	Регион (пр: Томская обл., Алтайский край)	Кемеровская обл.																					
7.	Вид муниципального образования (пр: село, город, пгт, деревня)	город																					
8.	Населенный пункт (пр: Томск, Кемерово, Асино)	Промышленск																					
9.	Полное наименование образовательного учреждения, в котором Вы обучаетесь	МБОУ "Школа № 57"																					

Даю согласие на обработку моих персональных данных и информирование меня посредством sms и e-mail о моих результатах и всех дальнейших мероприятиях, связанных с олимпиадой

Личная подпись 

10.	Контактный телефон	8	9	0	5	0	6	5	8	6	5	2											
11.	e-mail	maksim.shvdkov@mail.ru																					
12.	Профиль в вк	https://vk.com/@id251348544																					
13.	Документ, удостоверяющий личность	3	2	1	6																		
		серия				номер																	
13.	Документ, удостоверяющий личность	МП в Суджанском районе отдела УФМС России																					
		кем и когда выдан																					
13.	Документ, удостоверяющий личность	по Кемеровской области в г. Промышленск, 19.08.2016																					
		кем и когда выдан																					
14.	Из числа лиц с ограниченными возможностями по здоровью (инвалид) (да/нет)	нет																					
15.	Сирота (да/нет)	нет																					
16.	Победитель или призер олимпиады прошлого года (да/нет)	да																					

Открытая региональная межвузовская олимпиада вузов Томской области (ОРМО)

Общий балл	Дата	Ф.И.О. членов жюри	Подписи членов жюри
23	14.03.20	Корочкина Е.Е.	И

22

V_n - скорость пешком; $12 \text{ км} = 1,2$
 V_b - скорость на велосипеде; $22 \text{ км} = 2,2$
 V_a - скорость на машине;

$$\left\{ \begin{aligned} \frac{2}{V_n} + \frac{3}{V_b} + \frac{20}{V_a} &= 1,1 \quad (\times 5) \\ \frac{5}{V_n} + \frac{8}{V_b} + \frac{30}{V_a} &= 2,4 \quad (\times 2) \end{aligned} \right.$$

$$\frac{10}{V_n} + \frac{15}{V_b} + \frac{100}{V_a} = 5,5$$

$$\frac{10}{V_n} + \frac{16}{V_b} + \frac{60}{V_a} = 4,8$$

1	2	3	4	5	Σ
3	7	7	6	0	23

$$\frac{40}{V_a} - \frac{1}{V_b} = 0,7 \Rightarrow \frac{1}{V_b} = \frac{40}{V_a} - 0,7$$

$$\frac{2}{V_n} + 3 \cdot \frac{1}{V_b} + \frac{20}{V_a} = \frac{2}{V_n} + \frac{120}{V_a} - 2,1 + \frac{20}{V_a} = \frac{2}{V_n} + \frac{140}{V_a} - 2,1 = 1,1 \Rightarrow$$

$$\frac{1}{V_n} = 1,6 - \frac{70}{V_a} \Rightarrow$$

$$\frac{4}{V_n} + \frac{5}{V_b} + \frac{80}{V_a} = 6,4 - \frac{280}{V_a} + \frac{200}{V_a} - 3,5 + \frac{80}{V_a} = 6,4 - 3,5 = 2,9 \text{ ч} = 22 \text{ км} 54 \text{ м}$$

Ответ: $2,9 \text{ ч} = 22 \text{ км} 54 \text{ м}$

24
 $a < 1, b < 1, c < 1, a + b + c \geq \frac{1}{2}$

Доказательство: $(1-a)(1-b)(1-c) \leq \frac{125}{216}$

используя неравенство Коши - Буняковского: ??

$$\sqrt[3]{(1-a)(1-b)(1-c)} \leq \frac{1-a+1-b+1-c}{3} = \frac{3-(a+b+c)}{3} = 1 - \frac{a+b+c}{3} \leq 1 - \frac{\frac{1}{2}}{3} = 1 - \frac{1}{6} = \frac{5}{6} \Rightarrow$$

$$(1-a)(1-b)(1-c) \leq \left(\frac{5}{6}\right)^3 = \frac{125}{216}$$

← 3

$$2019 \sqrt[3]{3,5x-2,5} + 2018 \log_2(3x-1) + m = 2020$$

$$x \in [1; 3]$$

$$3,5x - 2,5 = t \qquad 3x - 1 = n$$

$$6t = 21x - 15 \qquad 7n = 21x - 7 = 6t + 8 \Rightarrow n = \frac{6}{7}t + \frac{8}{7}$$

$$2019 \sqrt[3]{t} + 2018 \log_2\left(\frac{6}{7}t + \frac{8}{7}\right) + m = 2020$$

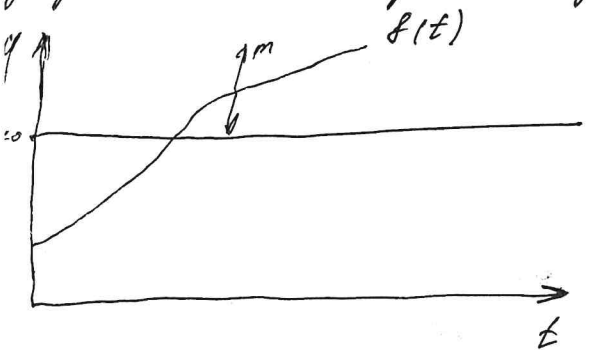
$$f(t) = 2019 \sqrt[3]{t} + 2018 \log_2\left(\frac{6}{7}t + \frac{8}{7}\right)$$

2019 $\sqrt[3]{t}$ - возрастающая ф-ция
 2018 $\log_2\left(\frac{6}{7}t + \frac{8}{7}\right)$ - возрастающая ф-ция $\Rightarrow f(t) = 2019 \sqrt[3]{t} + 2018 \log_2\left(\frac{6}{7}t + \frac{8}{7}\right)$ - монотонно
 но возрастаем

$y = f(t) + m$ - тоже возрастающая ф-ция \Rightarrow

$$y = 2020$$

график $f(t) + m$ пересекет $y = 2020$ только в одной точке



m перемещаем $f(t)$ вверх или вниз \Rightarrow
 нужно найти при каком m $f(t_1)$, где

$$t_1 = 3,5 \cdot 3 - 2,5 = 8, \text{ и } f(t_2), \text{ где } t_2 = 3,5 \cdot 1 - 2,5 = 1,$$

$$f(t) + m = 2020$$

$$f(t_1) + m = 2019 \sqrt[3]{8} + 2018 \log_2 8 + m = 2019 \cdot 2 + 2018 \cdot 3 + m = 4038 + 6054 + m = 10092 + m = 2020 \Rightarrow m = 2020 - 10092 = -8072$$

$$f(t_2) + m = 2019 + 2018 \log_2 2 + m = 2019 + 2018 + m = 2020 \Rightarrow m = 2020 - 2019 = 1 \Rightarrow$$

$$m \in [-2017; -8072; -2017]$$

Ответ: $m \in [-8072; -2017]$ X

$$(x-y)^2 + (y-2\sqrt{x}+2)^2 = \frac{1}{2}$$

1) Если $\begin{cases} (x-y)^2 > \frac{1}{2} \\ (y-2\sqrt{x}+2)^2 > \frac{1}{2} \end{cases}$, то решения нет, т.к. $(x-y)^2 \geq 0$ и $(y-2\sqrt{x}+2)^2 \geq 0$

2) Если

$$\begin{cases} (x-y)^2 = \frac{1}{2} \\ (y-2\sqrt{x}+2)^2 = 0 \end{cases}$$

$$x-y = \frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2} \Rightarrow y = x - \frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$y-2\sqrt{x}+2 = x-2\sqrt{x}+2 - \frac{\sqrt{2}}{2} = 0$$

$$\frac{D}{4} = 1 - 2 + \frac{\sqrt{2}}{2} < 0 \Rightarrow \text{решения нет}$$

Аналогично докажем, что, если

$$3) \begin{cases} (x-y)^2 = 0 \\ (y-2\sqrt{x}+2)^2 = \frac{1}{2} \end{cases}, \text{ то решения нет}$$

$$4) \text{ Если } \begin{cases} (x-y)^2 < \frac{1}{4} \\ (y-2\sqrt{x}+2)^2 < \frac{1}{4} \end{cases}, \text{ то решения нет}$$

$$5) \text{ Если } \begin{cases} (x-y)^2 > \frac{1}{4} \\ (y-2\sqrt{x}+2)^2 > \frac{1}{4} \end{cases}, \text{ то решения нет}$$

$$6) \text{ Если } \begin{cases} (x-y)^2 < \frac{1}{4} \\ (y-2\sqrt{x}+2)^2 > \frac{1}{4} \\ (x-y)^2 + (y-2\sqrt{x}+2)^2 = \frac{1}{2} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} -\frac{1}{2} < x-y < \frac{1}{2} \\ \begin{cases} y-2\sqrt{x}+2 > \frac{1}{2} \\ y-2\sqrt{x}+2 < -\frac{1}{2} \end{cases} \end{cases}$$

6.1. $y-2\sqrt{x}+2 < -\frac{1}{2}$
 $y < 2\sqrt{x} - \frac{5}{2}$

$$\frac{1}{2} > x-y > x-2\sqrt{x}+\frac{5}{2}$$

$$x-2\sqrt{x}+2 < 0$$

$$(\sqrt{x}-1)^2 + 1 < 0 \Rightarrow \text{нет решения}$$

6.2 $y-2\sqrt{x}+2 > \frac{1}{2}$
 $y > 2\sqrt{x} - \frac{3}{2}$

$$x-y < x-2\sqrt{x}+\frac{3}{2} < \frac{1}{2}$$

$$x-2\sqrt{x}+1 < 0 \Rightarrow \text{нет решения}$$

Аналогично докажем 7) $\begin{cases} (x-y)^2 > \frac{1}{4} \\ (y-2\sqrt{x}+2)^2 < \frac{1}{4} \end{cases}$ не имеет реш.

$$8) \begin{cases} (x-y)^2 = \frac{1}{4} \\ (y-2\sqrt{x}+2)^2 = \frac{1}{4} \end{cases}$$

$$x-y = \frac{1}{2} \Rightarrow y = x - \frac{1}{2}$$

$$y-2\sqrt{x}+2 = x-2\sqrt{x}+2 - \frac{1}{2} = \frac{1}{2}$$

$$x-4\sqrt{x}+2=0$$

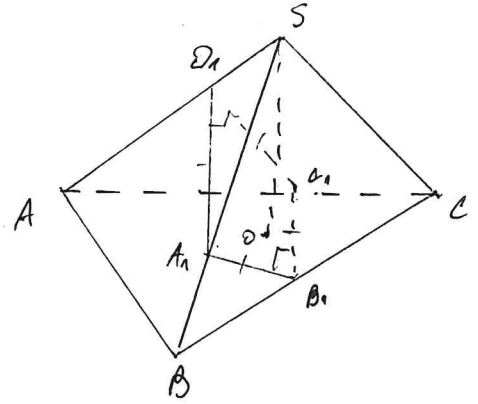
$$x-2\sqrt{x}+1 = (\sqrt{x}-1)^2 = 0 \Rightarrow \sqrt{x}=1 \Rightarrow \begin{cases} x=1 \\ y=\frac{1}{2} \end{cases}$$

Ответ: $x=1, y=\frac{1}{2}$



~ 5

Чтобы сечение было квадратом, две точки сечения должны находиться на основании, и две боковых ребра



$$V = \frac{1}{3} S_{ABC} \cdot h = \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{2} a^2 \frac{\sqrt{3}}{2} h = \frac{a^2 \sqrt{3}}{12} h$$

$B_1 C_1 \parallel A_1 D_1 \parallel AB$
 $A_1 B_1 \parallel C_1 D_1 \parallel BC$

? касательная

$$A_1 C_1 = B_1 D_1 = b\sqrt{2} \quad ?$$

ответ,

Ответ: $\frac{a^2 \sqrt{3}}{12} \cdot b^2 \sqrt{2}$