

ОТКРЫТАЯ РЕГИОНАЛЬНАЯ МЕЖВУЗОВСКАЯ ОЛИМПИАДА
ВУЗОВ ТОМСКОЙ ОБЛАСТИ «ОРМО»


010281

Шифр

ТИТУЛЬНЫЙ ЛИСТ
заключительного этапа

1.	Предмет	МАТЕМАТИКА																					
2.	Вариант	1																					
3.	Класс	11 "А"																					
4.	Фамилия	Ш	У	Б	И	Н	А																
	Имя	Н	А	Т	А	Л	Ь	Я															
	Отчество	А	Л	Е	К	С	Е	Е	В	Н	А												
5.	Дата рождения	0	9																				
		Число		Месяц		Год																	
6.	Регион (пр: Томская обл., Алтайский край)	Новосибирская область																					
7.	Вид муниципального образования (пр: село, город, пгт, деревня)	РАБОЧИЙ ПОСЕЛОК																					
8.	Населенный пункт (пр: Томск, Кемерово, Асино)	КРАСНОЗЕРСКОЕ																					
9.	Полное наименование образовательного учреждения, в котором Вы обучаетесь	МБОУ Краснозерский лицей №2 им. Ф.И. Анищенко																					

Дано согласие на обработку моих персональных данных и информирование меня посредством sms и e-mail о моих результатах и всех дальнейших мероприятиях, связанных с олимпиадой

Личная подпись 

10.	Контактный телефон	8	9	8	3	3	0	5	4	6	8	3											
11.	e-mail																						
12.	Профиль в vk	https://vk.com/natalya-shubinaa																					
13.	Документ, удостоверяющий личность	5	0	1	6																		
		серия				номер																	
13.	Документ, удостоверяющий личность	28.04.2016 УФМС РФ по НСО 8																					
		кем и когда выдан																					
13.	Документ, удостоверяющий личность	Краснозерском районе																					
		кем и когда выдан																					
14.	Из числа лиц с ограниченными возможностями по здоровью (инвалид) (да/нет)	НЕТ																					
15.	Сирота (да/нет)	НЕТ																					
16.	Победитель или призер олимпиады прошлого года (да/нет)	НЕТ																					

Открытая региональная межвузовская олимпиада вузов Томской области (ОРМО)

Общий балл	Дата	Ф.И.О. членов жюри	Подписи членов жюри
18	12.05.20	Тевуринская И.В.	И.В.

№2

	Пешком	На велосипеде	На машине	Время
k	$\frac{2}{x}$	$\frac{3}{y}$	$\frac{20}{z}$	$1 \frac{1}{10}$
l	$\frac{5}{x}$	$\frac{3}{y}$	$\frac{30}{z}$	$2 \frac{24}{60} = 2 \frac{2}{5}$
p	$\frac{4}{x}$	$\frac{5}{y}$	$\frac{80}{z}$	t

$$k = \frac{2}{x} + \frac{3}{y} + \frac{20}{z} = 1 \frac{1}{10} \quad | \cdot 7$$

$$l = \frac{5}{x} + \frac{3}{y} + \frac{30}{z} = 2 \frac{2}{5} \quad | : (-2)$$

$$p = \frac{4}{x} + \frac{5}{y} + \frac{80}{z} = t$$

$$2k + 5l = 4p$$

$$5k + 8l = 5p$$

$$20k + 30l = 80p$$

$$3k - 16p = 5p \quad | k = 7p$$

$$2k - 6p = 8p \quad | k = 7p$$

$$l = 1p$$

$$p = 1$$

$$k = 7$$

$$l = 2$$

$$t = 7 \cdot \frac{11}{10} - 2 \cdot \frac{12}{5} = \frac{77}{10} - \frac{24}{5} = \frac{77-48}{10} = 2 \frac{29}{10} = 2 \frac{2}{5} \text{ часа}$$

Ответ: $2 \frac{2}{5}$ часа.

№4

$$\begin{cases} a < 1 \\ b < 1 \\ c < 1 \end{cases}$$

$$a + b + c \geq \frac{1}{2}$$

$$(1-a)(1-b)(1-c) \leq \frac{125}{216}$$

$$(1-a)(1-b)(1-c) \leq \frac{5}{6}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} 1-a \leq \frac{5}{6} \\ 1-b \leq \frac{5}{6} \\ 1-c \leq \frac{5}{6} \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} a \geq \frac{1}{6} \\ b \geq \frac{1}{6} \\ c \geq \frac{1}{6} \end{cases}$$

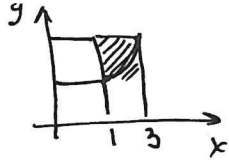
$$E(a+b+c) \geq \frac{1}{2}$$

$$2019 \cdot \sqrt[3]{3,5x-2,5} + 2018 \cdot \log_2(3x-1) + m = 2020$$

$$2019 \sqrt[3]{3,5x-2,5} + 2018 \cdot \log_2(3x-1) = 2020 - m \quad \text{Пусть } 2020 - m = a$$

$$a = 2019 \sqrt[3]{3,5x-2,5} + 2018 \cdot \log_2(3x-1)$$

Докажем, что функция монотонна



Найдем производную.

$$a' = 2019 \cdot \frac{1}{3} \left(\frac{7x}{2} - \frac{5}{2} \right)^{-\frac{2}{3}} \cdot \frac{x}{2} + \frac{2018 (\ln(3x-1))}{\ln 2} > 0 \Rightarrow \text{функция монотонна и возрастает}$$

$$\begin{cases} \beta_1 \leq a \leq \beta_3 \\ \beta_1 \leq 2020 - m \leq \beta_3 \\ \beta_1 = 2019 + 2018 = 4037 \end{cases}$$

$$\beta_3 = 2019 \cdot 2 + 2018 \cdot 3 = 4038 + 6054 = 10092$$

$$\downarrow$$

$$4037 \leq 2020 - m \leq 10092 \quad /(-1)$$

$$-2017 \geq m \geq -8072$$

$$m \in [-8072; 2017] \quad m \in [2017; -8072]$$

Ответ: $m \in [-8072; 2017] \cup m \in [2017; -8072] \cup m \in [-8072; -2017]$

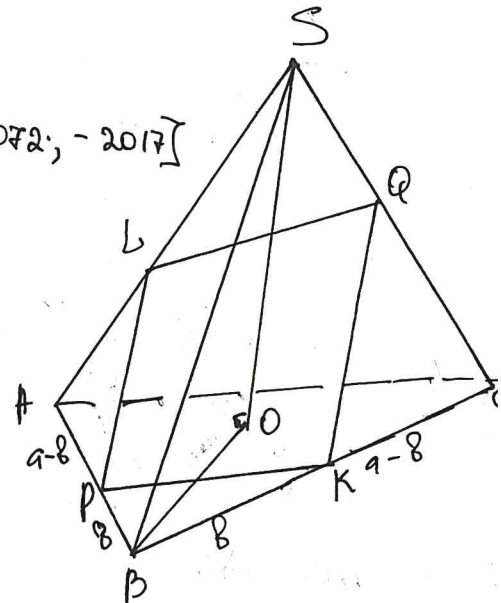
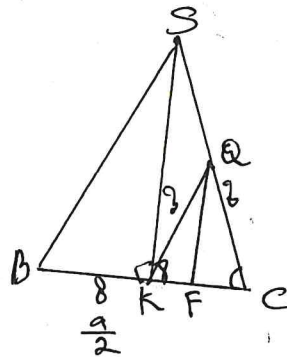
№5 Дано: ABCA, B, C, S - правильная пирамида

PKQL - сечение
PKQL - квадрат

PK = 8
AB = a

Найти: V_{ABCS}, V_{PKQL}

Решение:



1. AC ⊥ SB по теореме о 3 перпендикулярах
2. AC // PK так PK ⊥ QK - сечение ⇒ ∠PAC = ∠BPK = 60°
⇒ ∠KCA = ∠BKP = 60° (т.к. ΔABC - равносторонний)

$$BK = BP = PK = 8$$

3. Рассмотрим ΔBSC

$$BS // QK, \text{ т.к. } KQLP - \text{сечение} \Rightarrow \angle KSB = \angle SKQ = 60^\circ \text{ (т.к. } \Delta ASC - \text{ правильная)}$$

$$\angle C = 60^\circ \Rightarrow \angle C = \angle SKQ = 60^\circ \Rightarrow \Delta KQC - \text{ равнобедренный} \Rightarrow KQ = QC = 8$$

Ч.Т.К. $\triangle KQC$ - равнобедренное $\rightarrow QF$ - медиана и высота

$$KC = a - b$$

$$PC = \frac{a - b}{2}$$

$$\cos \angle KCQ = \frac{a - b}{2b}$$

$$b < a$$

$$\frac{a - b}{2b} < 1$$

$$b > \frac{1}{3}a$$

$$\frac{1}{3}a < b < a$$

Б.К. апофема.

$$SK = \frac{a}{2} \operatorname{tg} \alpha < SBK$$

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{4b^2}{(a-b)^2} = 1$$

$$AF = \frac{\sqrt{3}a}{2}$$

$$OF = \frac{1}{3} \Delta f = \frac{a}{2\sqrt{3}}$$

$$SO^2 = SF^2 - OF^2 = \frac{a^2}{4} \cdot \operatorname{tg}^2 \alpha - \frac{a^2}{12}$$

$$SO = \frac{a}{2} \sqrt{\frac{3\operatorname{tg}^2 \alpha - 1}{3}}$$

$$\text{Умножим на } \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{2} \cdot a \cdot \frac{a\sqrt{3}}{2} \cdot \frac{a}{2} \sqrt{\frac{3\operatorname{tg}^2 \alpha - 1}{3}} = \frac{a^3}{24} \sqrt{3\operatorname{tg}^2 \alpha - 1}$$

$$\operatorname{tg}^2 \alpha = \frac{4b^2}{(a-b)^2} = 1 \Rightarrow \frac{a^3 \sqrt{\frac{3 \cdot \frac{4b^2}{(a-b)^2} - 1}{3}}}{24} = \frac{2b - a}{12(a-b)} \quad \text{уб. еденицы}$$

Ответ: $\frac{2b - a}{12(a - b)}$ куб. еденицы

$$N1 \quad (x - y)^2 + (y - 2\sqrt{x} + 2)^2 = \frac{1}{2}$$

$$\begin{cases} x - y = \frac{1}{2} \\ y + 2\sqrt{x} + 2 = \frac{1}{2} \end{cases}; \begin{cases} x - y = \frac{1}{2} \\ y - 2\sqrt{x} = \frac{1}{2} - 2 \end{cases}; \begin{cases} x - y = \frac{1}{2} \\ y - 2\sqrt{x} = -\frac{3}{2} \end{cases}; \begin{cases} x - y = \frac{1}{2} \\ y = -\frac{3}{2} + 2\sqrt{x} \end{cases}$$

$$x - (-\frac{3}{2} + 2\sqrt{x}) = \frac{1}{2}$$

$$x + \frac{3}{2} - 2\sqrt{x} = \frac{1}{2}$$

$$-2\sqrt{x} = \frac{1}{2} - x - \frac{3}{2}$$

$$-2\sqrt{x} = -1 - x$$

$$(-2\sqrt{x})^2 = (-1 - x)^2$$

$$4x - 1 - 2\sqrt{x} = 1 + 2\sqrt{x} + x$$

3

$$\begin{aligned}
 \text{№1} \quad & 2x - 1 - x^2 = 0 \\
 & -(x^2 - 2x + 1) = 0 \\
 & -(x-1)^2 = 0 \\
 & (x-1)^2 = 0 \\
 & x - 1 = 0 \\
 & x = 1
 \end{aligned}$$

$$y = -\frac{3}{2} + 2\sqrt{1}$$

$$y = -\frac{3}{2} + 2$$

$$y = \frac{1}{2}$$

$$(1; \frac{1}{2})$$

Проверка!

$$\begin{cases} 1 - \frac{1}{2} = \frac{1}{2} \\ \frac{1}{2} - 2\sqrt{1} + 2 = \frac{1}{2} \end{cases} \begin{cases} 0,5 = 0,5 \\ 0,5 = 0,5 \end{cases} \text{ - верно.}$$

$$\text{Ответ: } (x; y) = (1; \frac{1}{2})$$