



Открытая региональная межвузовская олимпиада вузов Томской области (ОРМО)

Общий балл	Дата	Ф.И.О. членов жюри	Подписи членов жюри
30		Емельянова	Есуг

$$\frac{2ab(a^3-b^3)}{a^2+ab+b^2} - \frac{(a^4-b^4)(a-b)}{(a-b)(a+b)} = \frac{2ab(a^3-b^3)}{a^2+ab+b^2} - \frac{(a^4-b^4)}{a+b} = \frac{2ab(a-b)(a^2+ab+b^2)}{a^2+ab+b^2} - \frac{(a-b)(a+b)(a^2+b^2)}{a+b} =$$

$$= 2ab(a-b) - (a-b)(a^2+b^2) = 2a^2b - 2ab^2 - (a^3+ab^2-a^2b-b^3) = 2a^2b - 2ab^2 - a^3 - ab^2 + a^2b + b^3 =$$

$$= 3a^2b - 3ab^2 - a^3 + b^3 = -(a^3 - 3a^2b + 3ab^2 - b^3) = -(a-b)^3$$

$$\frac{1, \overbrace{7 \dots 77}^{2021}}{2021}$$

$$\frac{2, \overbrace{2 \dots 223}^{2020}}{2020}$$

$$\frac{4, \overbrace{0 \dots 000}^{2021}}{2021}$$

1 2 3 4 5  
7 7 2 7 7

$$-(1, \overbrace{7 \dots 77}^{2021} + 2, \overbrace{2 \dots 223}^{2020})^3 = -(4)^3 = -64$$

Ответ: -64.

$$(x-2021)^2 - y^2 + 2y = 14$$

$$(x-2021)^2 - (y^2 - 2y + 1) + 1 = 14$$

$$(x-2021)^2 - (y-1)^2 = 13$$

$$(x-2021-y+1)(x-2021+y-1) = 13$$

$$(x-y-2020)(x+y-2022) = 13$$

т.к.  $x, y \in \mathbb{Z}$ , то  $A \cdot B = 13$

$A \cup B \in \mathbb{Z}$

1)  $A=13$   
 $B=1$   
 $\begin{cases} x-y-2020=13 \\ x+y-2022=1 \end{cases}$   
 $2x-4042=14$   
 $2x=4056$   
 $x=2028 \Rightarrow y=-5$

2)  $A=-13$   
 $B=-1$   
 $\begin{cases} x-y-2020=-13 \\ x+y-2022=-1 \end{cases}$   
 $2x-4042=-14$   
 $2x=4028$   
 $x=2014 \Rightarrow y=7$

3)  $A=1$   
 $B=13$   
 $\begin{cases} x-y-2020=1 \\ x+y-2022=13 \end{cases}$   
 $2x-4042=14$   
 $2x=4056$   
 $x=2028 \Rightarrow y=7$

4)  $A=-1$   
 $B=-13$   
 $\begin{cases} x-y-2020=-1 \\ x+y-2022=-13 \end{cases}$   
 $2x-4042=-14$   
 $2x=4028$   
 $x=2014 \Rightarrow y=-5$

Ответ: (2028; -5), (2014; 7), (2028; 7), (2014; -5)

$$1) a^2b + b^2c + c^2a > b^2a + a^2c + c^2b > b^2a + a^2c + c^2b$$

$$a > b > c$$

$$a^2b + b^2c + c^2a - b^2a - a^2c - c^2b = (a^2b - c^2b) + (ca - a^2c) + (b^2c - b^2a) = -b(c^2 - a^2) + ac(c - a) + b^2(c - a) = -b(c - a)(c + a) + (c - a)(ac + b^2) = (c - a)(b^2 + ac - bc - ba) = (c - a)(b(b - c) - a(b - c)) = (c - a)(b - c)(b - a), \text{ т.к. } c - a < 0$$

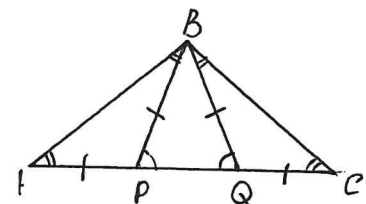
$$b - c > 0$$

$$b - a < 0$$

Поэтому  $(c - a)(b - c)(b - a) > 0$

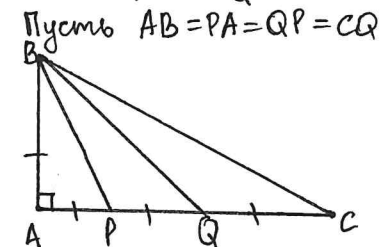
2) BA, BP, BQ, BC являются наклонными, проведенными из B к AC, поэтому одновременно не могут иметь равные длины.

Пусть PA = BP = CQ = BQ



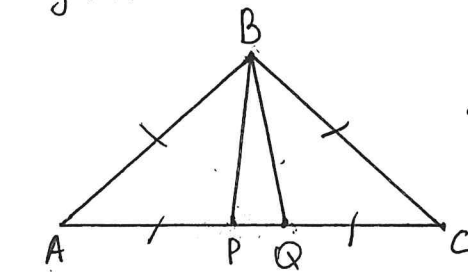
чтобы оставшиеся три отрезка имели равные длины, т.е.

$AB = BQ = BC$ , необходимо, чтобы  $\triangle BQC$  был тупоугольным, что невозможно.



$BP \neq BQ \neq BC$  (т.к. не являются наклонными)

Пусть  $AB = PA = BC = CQ$



чтобы оставшиеся три отрезка имели равные длины,  $\triangle BQC$  должен быть равносторонним  $\Rightarrow$

$\angle APB$  должен быть равен  $120^\circ$ , но  $\triangle PAB$  равнобедренный, где PB - основание, значит  $\angle ABP = 120^\circ$ , что невозможно, т.к. в  $\triangle$  может быть только ~~одно~~ тупой угол.

Ответ: невозможно.

3) Пусть  $x$  - цена яблок и  $y$  - вишен, тогда он заплатил  $550x + 990y$ , переплата составила от 160 до 200 рублей, тогда он потратил от 25000 до 25040 руб.

$$25000 \leq 550x + 990y \leq 25040$$

$$2500 \leq 55x + 99y \leq 2504$$

$$2500 \leq 11(5x + 9y) \leq 2504$$

Очень таяль, но похожие переплата составила гораздо больше.