Место для скобы

019700

Шифр

ОТКРЫТАЯ РЕГИОНАЛЬНАЯ МЕЖВУЗОВСКАЯ ОЛИМПИАДА ВУЗОВ ТОМСКОЙ ОБЛАСТИ «ОРМО»

ТИТУЛЬНЫЙ ЛИСТ
заключительного этапа

1.	Предмет	МАТЕМАТИКА
2.	Вариант	1
3.	Класс	10
4.	Фамилия	ШМЕЛЬКОВА
	Имя	ДАРЬЯ
	Отчество	ОЛЕГОВНА
5.	Дата рождения	04 (Число) 03 (Месяц) 2003 (Год)
6.	Регион *(пр: Томская обл., Алтайский край)*	Кемеровская обл.
7.	Вид муниципального образования *(пр: село, город, пгт, деревня)*	город
8.	Населенный пункт *(пр: Томск, Кемерово, Асино)*	Прокопьевск
9.	Полное наименование образовательного учреждения, в котором Вы обучаетесь	МБОУ „Гимназия № 72"

Даю согласие на обработку моих персональных данных и информирование меня посредством sms и e–mail о моих результатах и всех дальнейших мероприятиях, связанных с олимпиадой

Личная подпись Шмел

10.	Контактный телефон	89617014352
11.	e- mail	daryashmelkova@yandex.ru
12.	Профиль в вк	https://vk.com/
13.	Документ, удостоверяющий личность	3217 (серия) 774818 (номер) МП В РУДНИЧНОМ РАЙОНЕ ОТДЕЛА УФМС РОССИИ ПО КЕМЕРОВСКОЙ ОБЛАСТИ В ГОР. ПРОКОПЬЕВСКЕ (кем и когда выдан)
14.	Из числа лиц с ограниченными возможностями по здоровью (инвалид) (да/нет)	НЕТ
15.	Сирота (да/нет)	НЕТ
16.	Победитель или призер олимпиады прошлого года (да/нет)	НЕТ

то для
обы

Шифр 019700

Открытая региональная межвузовская олимпиада вузов Томской области (ОРМО)

Общий балл	Дата	Ф.И.О. членов жюри	Подписи членов жюри
21	11.03.20	Кардакова Е.Е.	[illegible]

Задание № 1.

$2[x]+\{3x\}=\frac{7}{3}$; $2[x]+\{3x\}=2\frac{1}{3}$

$\begin{cases} 2[x]=2 \\ \{3x\}=\frac{1}{3} \end{cases}$ $[x]=1$

x – смешанное число, знаменатель дробной части которого равен 9, т.к. знаменатель 3x равен 3.

Рассмотрим все варианты $\{x\}$, чтобы $\{3x\}=\frac{1}{3}$ (числитель при делении на 3 даёт остаток 1)

$\{x\}=\frac{1}{9} \Rightarrow \{3x\}=\frac{1}{3}$; $\{x\}=\frac{4}{9} \Rightarrow \{3x\}=\frac{1}{3}$; $\{x\}=\frac{7}{9} \Rightarrow \{3x\}=\frac{1}{3}$

n – числитель дробной части числа x

$n=3m+1$, где $m \in Z$

$0<n<9$ $n=1$; $n=4$; $n=7$.

Получаем $x=1\frac{1}{9}$; $x=1\frac{4}{9}$; $x=1\frac{7}{9}$

Ответ: $1\frac{1}{9}$; $1\frac{4}{9}$; $1\frac{7}{9}$. +

1	2	3	4	5	Σ
7	5	0	6	3	21

Задание № 2.

З – умение решать задачи; Т – знание теории; $У_1$ и $У_2$ – учителя 1 и 2 соответственно.

	З, мин	Т, мин	Σ, мин
$У_1$	5	7	12
$У_2$	3	4	7

Проверка Т занимает больше времени, чем проверка З. Рассмотрим 2 наименее затратных по времени варианта.

1 вариант.

Пусть Т проверяет только $У_2$. На это он потратит $4\cdot25=100$ мин

$У_1$ в это время будет проверять З. За 100 мин он проверит $100:5=20$ учеников. Наименьшее время на проверку З у 5 учеников: $У_1$ проверяет 2, а $У_2$ – 3. На это уйдёт 10 мин.

Суммарное время: 110 мин.

пример, док-во?

∓

то для
обы

2 вариант.

Шифр 019700

Составим таблицу, в которой будут блоки, которые будут занимать одинаковое время, если У, также будет проверять Т. В блоках сразу указанно время, за которое учитель проверяет 1 ученика

Время, мин	28	28	17	15	15	9	Σ
$У_1$	7+7+7+7	7+7+7+7	7+5+5	5+5+5	5+5+5	5+5	108
$У_2$	4+4+4+4+4+4+4	4+4+4+4+4+4+4	4+4+3+3+3	3+3+3+3+3	3+3+3+3+3	3+3+3	112
Количество учеников	11 (Т)	11 (Т)	3(Т); 5(З)	8(З)	8(З)	4(З)	25 (Т); 25(З)

?

Время, мин	28	28	15	15	15	10	Σ
$У_1$	7+7+7+7	7+7+7+7	5+5+5	5+5+5	5+5+5	5+5	111
$У_2$	4+4+4+4+4+4+4	4+4+4+4+4+4+4	4+4+4+3	3+3+3+3+3	3+3+3+3+3	3+3+3	110
Количество учеников	11 (Т)	11 (Т)	3(Т) 4(З)	8(З)	8(З)	5(З)	25 (Т) 25(З)

Получаем, что минимальное время проверки: 111 мин

Наименьшее время получилось в 1 варианте.

110?

Ответ: 110 мин

±

Задание №4.

$a \geq 0$; $b \geq 0$ ≠ по условию

$(a+b)(ab+2025) \leq 180ab$ Неравенство Коши: $\frac{a+b}{2} \geq \sqrt{ab} \Rightarrow a+b \geq 2\sqrt{ab}$

Если $(a+b)(ab+2025) \leq 180ab$ и $a+b \geq 2\sqrt{ab}$, то и $2\sqrt{ab}(ab+2025) \leq 180ab$?

$2\sqrt{ab}(ab+2025) \leq 180ab$; $\sqrt{ab}(ab+2025) \leq 90ab$; $ab\sqrt{ab} - 90ab + 2025\sqrt{ab} \leq 0$;

$\sqrt{ab}(ab - 90\sqrt{ab} + 2025) \leq 0$; $\sqrt{ab}(\sqrt{ab}-45)^2 \leq 0$

$\left.\begin{matrix}\sqrt{ab} \geq 0 \\ (\sqrt{ab}-45)^2 \geq 0\end{matrix}\right\} \sqrt{ab}(\sqrt{ab}-45)^2 \not\leq 0$; Значит $(a+b)(ab+2025) \not\leq 180ab$, при $a \geq 0$ и $b \geq 0$ V

∓

Задание №5.

Дано:
MNKL-четырёхугольник
т. P
$MP^2+NP^2+KP^2+LP^2 = 25$

Найти:
S_{MNKL}; т. P

Решение

Рассмотрим случай, когда $P \in MK$ и $P \in NL$, тогда $MK \cap NL$, т.е. т. P – точка пересечения диагоналей.

$S = \frac{1}{2} d_1 d_2 \sin\alpha$ (α – угол между d_1 и d_2)

Если MNKL-параллелограмм, то $MP = KP$ и $NP = PL$

Пусть $MP = x$, $NP = y$, тогда: $d_1 = 2x$; $d_2 = 2y$; x непр. дост.

?? $2x^2 + 2y^2 = d_1 d_2 \sin\alpha$; $2(x^2+y^2) = 4xy\sin\alpha$

$\sin\alpha = \frac{x^2+y^2}{2xy}$. Неравенство Коши: $\frac{a+b}{2} \geq \sqrt{ab} \Rightarrow a+b \geq 2\sqrt{ab} \Rightarrow (a+b)^2 \geq 4ab$
$a^2+b^2 \geq 2ab$

Если $x^2+y^2 \geq 2xy$, то $\frac{x^2+y^2}{2xy} \geq 1$. Т.к. $|\sin\alpha| \leq 1$, то. $x^2+y^2 = 2xy \Rightarrow x = y$

т. MNKL = квадрат

то для
обы

Шифр 019700

Пусть MNKL – трапеция, а т. P – точка пересечения диагоналей MK и NL

$S = \frac{1}{2} d_1 d_2 \sin\alpha \Rightarrow \sin\alpha = \frac{2S}{d_1 d_2} = \frac{MP^2+NP^2+KP^2+LP^2}{MK \cdot NL}$

$MP^2+NP^2+KP^2+LP^2 \le MK \cdot NL$

~~$MP^2+KP^2 \le MK$ и $NP^2+LP^2 \le NL$~~

$\frac{(MP^2+KP^2)+(NP^2+LP^2)}{2} \ge \sqrt{(MP+KP)(NP+LP)}$

$(MP+KP)+(NP+LP) \ge 2\sqrt{MK \cdot NL}$

$(MP+KP)^2+(NP+LP)^2 \ge 2MK \cdot NL \ge 4MK \cdot NL$

$MP^2+KP^2+NP^2+LP^2+2MP \cdot KP+2NP \cdot LP \ge 2MK \cdot NL$

$MP^2+KP^2+NP^2+LP^2 \ge 2MK \cdot NL - 2MP \cdot KP - 2NP \cdot LP$

$MK \cdot NL < 2MP \cdot KP + 2NP \cdot LP$, если $MP, KP, NP, LP < 1$.

Ответ: MNKL – квадрат; т. P – точка пересечения диагоналей.

MNKL – произв-й 4-х уг-к.