Место для скобы

OPMOMG-18

Шифр

ОТКРЫТАЯ РЕГИОНАЛЬНАЯ МЕЖВУЗОВСКАЯ ОЛИМПИАДА ВУЗОВ ТОМСКОЙ ОБЛАСТИ «ОРМО»

ТИТУЛЬНЫЙ ЛИСТ
заключительного этапа

1.	Предмет	математика
2.	Вариант	2
3.	Класс	11
4.	Фамилия	ШИТОВА
	Имя	КРИСТИНА
	Отчество	СЕРГЕЕВНА
5.	Дата рождения	Число: 30; Месяц: 04; Год: 2003
6.	Страна	Российская Федерация
7.	Регион *(пр: Томская обл., Алтайский край)*	Свердловская область
8.	Вид муниципального образования *(пр: село, город, пгт, деревня)*	город
9.	Населенный пункт *(пр: Томск, Кемерово, Псков)*	Екатеринбург
10.	Полное наименование образовательного учреждения, в котором Вы обучаетесь	МАОУ Лицей N110

Даю согласие на обработку моих персональных данных и информирование меня посредством sms и e–mail о моих результатах и всех дальнейших мероприятиях, связанных с олимпиадой

Личная подпись ШКр

Место для скобы

Шифр ОРМОМ6-18

Открытая региональная межвузовская олимпиада вузов Томской области (ОРМО)

Общий балл	Дата	Ф.И.О. членов жюри	Подписи членов жюри
16		Правишкина Т.А.	[signature]

№2 $\sin x + \sin^3 x + 2021 \sin^5 x = \cos(2x) + \cos^3(2x) + 2021 \cos^5(2x)$

Введем замену $\sin x = a, \ |a| \leq 1$
$\cos(2x) = b, \ |b| \leq 1$

$a + a^3 + 2021a^5 = b + b^3 + 2021b^5$

$(a-b) + (a^3 - b^3) + 2021a^5 - 2021b^5 = 0$

$(a-b) + (a-b)(a^2+ab+b^2) + 2021(a-b)(a^4+a^3b+a^2b^2+ab^3+b^4) = 0$

$\underset{(1)}{(a-b)}\underset{(2)}{(1+a^2+ab+b^2+2021a^4+2021a^3b+2021a^2b^2+2021ab^3+2021b^4)} = 0$

(1) $a - b = 0$;

$\sin x - \cos 2x = 0$;

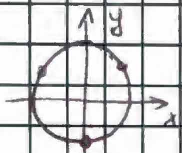
$\sin x - 1 + 2\sin^2 x = 0$

$2\sin^2 x + \sin x - 1 = 0$

$D = 1 + 8 = 9$

$\sin x_{1,2} = \dfrac{-1 \pm 3}{4}$

$\left[\begin{array}{l} \sin x = -1 \\ \sin x = 1/2 \end{array}\right.$



$\left[\begin{array}{l} x = -\dfrac{\pi}{2} + 2\pi k, \ k \in Z \\ x = \dfrac{\pi}{6} + 2\pi k, \ k \in Z \\ x = \dfrac{5\pi}{6} + 2\pi k, \ k \in Z \end{array}\right.$

7

(2) т.к. $\cos(2x) = 1 - 2\sin^2 x = b$
$\sin x = a$, то $b = 1 - 2a^2$

$1 + a^2 + a(1-2a^2) + (1-2a^2)^2 + 2021a^4 + 2021a^3(1-2a^2) +$

$+ 2021a^2(1-2a^2)^2 + 2021a(1-2a^2)^3 + 2021(1-2a^2)^4 = 0$

$1 + a^2 + a - 2a^3 + 1 - 4a^2 + 4a^4 + 2021a^4 + 2021a^3 - 4024a^5 +$

$+ 2021a^2 - 8084a^4 + 8084a^6 + 2021a - 6 \cdot 2021a^3 +$

$+ 12 \cdot 2021a^5 - 8 \cdot 2021a^7 + \cancel{4 \cdot 8a^2 \cdot 24a^2} \ 2021 - 8a^2 \cdot$

$\cdot 2021 + 2021 \cdot 24a^4 - 2021 \cdot 32a^6 + 2021 \cdot 16a^8 = 0$

есто для скобы

Шифр ОРМОМ6-18

№3) $p(t) = t^n + 5t^{n-1} + 3$, $n > 1$

т.к $n > 1$, то наименьшей возможной степенью при t может быть только 2.

Рассмотрим ур-ие $t^2 + 5t + 3 = 0$ (при $n = 2$) (*) на схеме Горнера, т.к. по условию коэффициенты должны быть целыми, а корни – множители свободного члена (т.е. 3), то нам потенциально могут подходить только корни $\left[\begin{array}{l} x = \pm 1 \\ x = \pm 3 \end{array} \right.$.

	1	5	3
$t = 1$	1	6	7
$t = -1$	1	4	-1
$t = 3$	1	8	27
$t = -3$	1	2	-3

Ни один из корней не удовл. ур-ию (*)

Рассмотрим тем же способом ур-ие $t^3 + 5t^2 + 3 = 0$ ($n = 3$).

	1	5	0	3
$t = 1$	1	6	6	9
$t = -1$	1	4	-4	7
$t = 3$	1	8	24	75
$t = -3$	1	2	-6	21

Ни один из целых корней не подходит.

Рассмотрим ур-ие $t^4 + 5t^3 + 3 = 0$ ($n = 4$)

	1	5	0	0	3
$t = 1$	1	6	6	6	9
-1	1	4	-4	4	-1
3	1	8	24	72	219
-3	1	2	-6	18	-51

Ни один из целых корней не подходит.

При дальнейшем рассмотрении целых n, в схеме Горнера у нас ~~будут~~ будет лишь увеличиваться кол-во ~~нулей~~ нулей между 2-м и 3-м членами, а промежуточные возможные множители при t будут либо геометрически прогрессивно увеличиваться в n раз при n>0, либо также прогрессивно увеличиваться в |n| раз при n<0 с поочередной сменой знака, но никогда ~~не станут~~.

Так мы можем сделать вывод, что ~~не~~ ~~невозможно~~. выполнение данного условия невозможно.

7

есто для
скобы

Шифр ОРМОМ6-18

№1 Разберем число $x-\frac{1}{x}$

1) $x \neq 1$

Если мы выберем число x - целое, то ~~разность~~ $\frac{1}{x}$ станет нецелым и разность $x-\frac{1}{x}$ также целой не будет.

Если мы выберем число x - нецелое, то $\frac{1}{x}$ либо станет целым, либо останется дробным с простым числом в основании (несократимая дробь). Что в первом, что во втором случае разность $x-\frac{1}{x}$ не будет целой.

2) при $x=1$, $x-\frac{1}{x}=0$

Но тогда ни число $\left(\frac{1}{x}-\frac{1}{x^2+2020}\right) \notin Z$,

ни ~~число~~ ~~1~~ другое число не будет целым. 2

Следовательно таких x не существует.