

ОТКРЫТАЯ РЕГИОНАЛЬНАЯ МЕЖВУЗОВСКАЯ ОЛИМПИАДА
ВУЗОВ ТОМСКОЙ ОБЛАСТИ «ОРМО»

018274

Шифр

ТИТУЛЬНЫЙ ЛИСТ
заключительного этапа

1.	Предмет	МАТЕМАТИКА																					
2.	Вариант	1																					
3.	Класс	11,99 А99																					
4.	Фамилия	Ш	И	П	И	Л	О	В															
	Имя	П	А	В	Е	Л																	
	Отчество	С	Е	Р	Г	Е	Е	В	И	Ч													
5.	Дата рождения	2	7																				
		Число		Месяц		Год																	
6.	Регион (пр: Томская обл., Алтайский край)	Новосибирская обл.																					
7.	Вид муниципального образования (пр: село, город, пгт, деревня)	г.р.п.г.																					
8.	Населенный пункт (пр: Томск, Кемерово, Асино)	Купино																					
9.	Полное наименование образовательного учреждения, в котором Вы обучаетесь	Муниципальное бюджетное образовательное учреждение лицей №2 Купинского района																					

Даю согласие на обработку моих персональных данных и информирование меня посредством sms и e-mail о моих результатах и всех дальнейших мероприятиях, связанных с олимпиадой

Личная подпись 

10.	Контактный телефон	8	9	1	3	8	9	8	9	4	5	9											
11.	e-mail																						
12.	Профиль в вк	https://vk.com/																					
13.	Документ, удостоверяющий личность	5	0	1	5																		
		серия					номер																
		Отделением УФСБ России по Новосибирской области в Купинском районе 13.04.2016																					
		кем и когда выдан																					
14.	Из числа лиц с ограниченными возможностями по здоровью (инвалид) (да/нет)	Нет																					
15.	Сирота (да/нет)	Нет																					
16.	Победитель или призер олимпиады прошлого года (да/нет)	Нет																					

Открытая региональная межвузовская олимпиада вузов Томской области (ОРМО)

Общий балл	Дата	Ф.И.О. членов жюри	Подписи членов жюри
18	18.09.20	Тевтуридзе И. В.	ИЦ

√1

$$(x-y)^2 + (y-2\sqrt{x}+2)^2 = \frac{1}{2}$$

Получили корни методом подстановки, пусть $x=1; y=\frac{1}{2}$

Проверка: $(1-\frac{1}{2})^2 + (\frac{1}{2}-2+2)^2 = \frac{1}{2}$

Подстановка оказалась верной

Ответ: $(1; \frac{1}{2})$

√2

Пусть: t - время, требуемое пройти пешком 4 км, проехать на велосипеде 5 км и проехать на машине 80 км.

x - v пешком, y - v на велосипеде, z - v на машине

Построим систему (1 час 6 мин = $\frac{11}{10}$; 2 часа 24 мин = $\frac{12}{5}$)

$$\begin{cases} \frac{2}{x} + \frac{3}{y} + \frac{80}{z} = \frac{11}{10} \\ \frac{5}{x} + \frac{8}{y} + \frac{30}{z} = \frac{12}{5} \\ \frac{4}{x} + \frac{5}{y} + \frac{80}{z} = t \end{cases} \quad \text{Пусть } \frac{1}{x} = a; \frac{1}{y} = b; \frac{1}{z} = c \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \begin{cases} 2a + 3b + 20c = \frac{11}{10} \\ 5a + 8b + 30c = \frac{12}{5} \\ 4a + 5b + 30c = t \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} k \cdot 2a + 3b + 20c = \frac{11}{10} \\ m \cdot 5a + 8b + 30c = \frac{12}{5} \\ n \cdot 4a + 5b + 30c = t \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} 2ak + 5am = 4an \\ 3bk + 8bm = 15bn \\ 20ck + 30cm = 80cn \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 3 \cdot 12k + 5m = 4n \\ 2 \cdot 13k + 8m = 5n \\ 2k + 3m = 8n \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 6k + 15m = 12n \\ 6k + 18m = 10n \\ 2k + 3m = 8n \end{cases}$$

$m = -2n$; $3k - 16n = 5n$; $k = 7n$; $n = 1$ Подстановка:

$$\begin{cases} 14a + 21b + 140c = \frac{77}{10} & t = \frac{77}{10} + \left(\frac{-24}{5}\right) = 2,9 = 2 \text{ часа } 54 \text{ мин} \\ 10a - 16b - 60c = -\frac{24}{4} \Rightarrow \\ 4a + 5b + 80c = t \end{cases}$$

Ответ: 2 часа 54 мин. ✓

✓3

$$2019 \sqrt[3]{3,5x - 2,5} + 2018 \log_2(3x - 1) + m = 2020$$

$$2019 \sqrt[3]{3,5x - 2,5} + 2018 \log_2(3x - 1) = 2020 - m$$

Левая часть ↑, пусть $2020 - m = y$

y - промежуток возрастания

$$2019 \sqrt[3]{3,5x - 2,5} + 2018 \log_2(3x - 1) = y \quad \uparrow$$

$$1) x = 1$$

$$2019 + 2018 = 4037 ; y = 4037$$

$$2) x = 3$$

$$2019 \sqrt[3]{8} + 2018 \log_2(8) = 10092 ; y = 10092$$

$$y = 2020 - m \text{ находится } [4037; 10092]$$

$$1) m = 2020 - 4037 = -2017$$

$$2) m = 2020 - 10092 = -8072$$

Ответ: $m \in [-8072; -2017]$

№4

Пусть $a < 1; b < 1; c < 1; a+b+c \geq 1$

$$(1-a)(1-b)(1-c) = \frac{125}{216}; \quad \frac{125}{216} = \left(\frac{5}{6}\right)^3$$

Будет логично предположить, что:

$$\begin{cases} (1-a) \leq \frac{5}{6} \\ (1-b) \leq \frac{5}{6} \\ (1-c) \leq \frac{5}{6} \end{cases} \quad \begin{cases} a \geq 1 - \frac{5}{6} \\ b \geq 1 - \frac{5}{6} \\ c \geq 1 - \frac{5}{6} \end{cases} \quad \begin{cases} a \geq \frac{1}{6} \\ b \geq \frac{1}{6} \\ c \geq \frac{1}{6} \end{cases} \quad \begin{cases} \frac{1}{6} + \frac{1}{6} + \frac{1}{6} = \frac{1}{2} \\ a+b+c \geq \frac{1}{2} \end{cases}$$

Что и требовалось доказать.

№5

Дано

ABCD - тетраэдр
нпр.

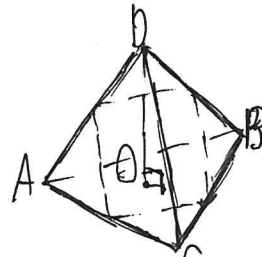
EFGH - квадрат
сер.

DD - высота

$V_{ABCD} = ?$

Решение

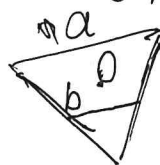
$$\vec{AD} = \vec{a}; \quad \vec{AC} = \vec{b}; \quad \vec{DC} = \vec{c}$$



2

$$\begin{aligned} (\vec{b} - \vec{c}) \cdot \vec{a} &= 0; \quad \vec{a} \cdot \vec{b} - \vec{a} \cdot \vec{c} = |\vec{a}||\vec{b}| \cos \alpha - |\vec{a}||\vec{c}| \cos \alpha = \\ &= |\vec{a}| \cos \alpha (|\vec{b}| - |\vec{c}|) = 0 \Rightarrow DC \perp AB \Rightarrow \\ &\Rightarrow EFGH \parallel AB \text{ и } CD; \quad V = \frac{1}{3} Sh \end{aligned}$$

Рассм $\triangle ABC$



O в центре описан.

окр. т.к. DD - высота прав. нпр.

$$R = \frac{a}{\sqrt{3}}; \quad DO^2 = CD^2 - \left(\frac{a}{\sqrt{3}}\right)^2; \quad V = \frac{1}{3} Sh; \quad V = \frac{1}{3} \frac{a^2 \sqrt{3}}{4} \cdot \sqrt{CD^2 - \frac{a^2}{3}}$$

Ответ: $V = \frac{1}{3} \frac{a^2 \sqrt{3}}{4} \cdot \sqrt{CD^2 - \frac{a^2}{3}}$