07362

Шифр

ТКРЫТАЯ РЕГИОНАЛЬНАЯ МЕЖВУЗОВСКАЯ ОЛИМПИАДА «ОРМО»
ТИТУЛЬНЫЙ ЛИСТ
заключительного этапа

іет	МАТЕМАТИКА
нт	1
	10
лия	ЩЕРБАКОВА
	АЛИНА
гво	ВАЛЕРЬЕВНА
ождения	25 (Число) 06 (Месяц) 2006 (Год)
ı	Российская Федерация
ı *(пр: Томская обл., инградская область)*	Кемеровская область - Кузбасс
иципального образования *ı, деревня, село, город)*	город
енный пункт *(пр: Томск, ово, Псков)*	Мариинск
е наименование вательного учреждения, ом Вы обучаетесь в время	МАНОУ „Гимназия № 2"

сие на обработку моих персональных данных и информирование меня посредством sms и e–mail ультатах и всех дальнейших мероприятиях, связанных с олимпиадой

Личная подпись ____

1	2	3	4	5
4	0	7	7	0

Шифр 07362

Открытая региональная межвузовская олимпиада вузов Томской области (ОРМО)

Общий балл	Дата	Ф.И.О. членов жюри	Подписи членов жюри
18б	29.03.23	Гендина	

Задание №1

$y^2(y-x+2)-y(x+4)+5x+7=0$

$y^3-y^2x+2y^2-yx-4y+5x+7=0$

$x(5-y-y^2)=-y^3-2y^2+4y-7$

$x=\dfrac{-y^3-2y^2+4y-7}{-y^2-y+5}=\dfrac{y^3+2y^2-4y+7}{y^2+y-5},$

$$\begin{array}{r|l} y^3+2y^2-4y+7 & y^2+y-5 \\ \underline{y^3+y^2-5y} & y+1 \\ y^2+y+7 & \\ \underline{y^2+y-5} & \\ 12 & \end{array}$$

4б

$x=y+1+\dfrac{12}{y^2+y-5}$

$y_1=1,\quad x_1=1+1+\dfrac{12}{1^2+1-5}=2+\dfrac{12}{-3}=2-4=-2$

$y_2=2,\quad x_2=2+1+\dfrac{12}{2^2+2-5}=3+\dfrac{12}{1}=15$

$y_3=-2,\quad x_3=-2+1+\dfrac{12}{(-2)^2-2-5}=-1+\dfrac{12}{4-2-5}=-1-4=-5$

Ответ: $x_1=-2,\ y_1=1$

$x_2=15;\ y_2=2$

$x_3=-5,\ y_3=-2$

не все корни нашли

Задание №3

Задание №3

$$\frac{a+b-c}{2c}+\frac{b+c-a}{2a}+\frac{a+c-b}{2b}\geq\frac{3}{2}$$

$$\frac{a}{2c}+\frac{b}{2c}-\frac{1}{2}+\frac{b}{2a}+\frac{c}{2a}-\frac{1}{2}+\frac{a}{2b}+\frac{c}{2b}-\frac{1}{2}\geq\frac{3}{2}$$

$$\frac{1}{2}\left(\frac{a}{c}+\frac{c}{a}\right)+\frac{1}{2}\left(\frac{b}{c}+\frac{c}{b}\right)+\frac{1}{2}\left(\frac{b}{a}+\frac{a}{b}\right)\geq\frac{3}{2}+\frac{1}{2}$$

$$\frac{1}{2}\left(\frac{a}{c}+\frac{c}{a}\right)+\frac{1}{2}\left(\frac{b}{c}+\frac{c}{b}\right)+\frac{1}{2}\left(\frac{b}{a}+\frac{a}{b}\right)\geq 3$$

$$\left(\frac{a}{c}+\frac{c}{a}\right)+\left(\frac{b}{c}+\frac{c}{b}\right)+\left(\frac{b}{a}+\frac{a}{b}\right)\geq 6$$

Числа $\frac{a}{c}$ и $\frac{c}{a}$; $\frac{b}{c}$ и $\frac{c}{b}$; $\frac{b}{a}$ и $\frac{a}{b}$ — это положительные и взаимообратные числа.

Известно, что сумма 2* положительных и взаимообратных чисел всегда больше или равна 2

т. е. $\frac{a}{c}+\frac{c}{a}\geq 2$; $\frac{b}{c}+\frac{c}{b}\geq 2$ $\frac{b}{a}+\frac{a}{b}\geq 2$

Таким образом: $2+2+2\geq 6$

$6\geq 6$ ч. т. д.

Задание №4

Многочлен $P(x)=x^2+px-\frac{1}{2p^2}$ имеет корни x_1 и x_2, если $P(x_1)=P(x_2)=0$.

Место для скобы

Шифр 07362

$$x^2+px-\frac{1}{2p^2}=0$$

По обратной теореме Виета

$$\begin{cases} x_1+x_2=-p \\ x_1\cdot x_2=\frac{-1}{2p^2} \end{cases}$$

Преобразуем выражение $x_1^4+x_2^4$:

$$x_1^4+x_2^4=(x_1^2+x_2^2)^2-2x_1^2\cdot x_2^2=((x_1+x_2)^2-2x_1\cdot x_2)^2-2(x_1\cdot x_2)^2$$

Получаем, что $x_1^4+x_2^4=\left((-p)^2-2\cdot\left(\frac{-1}{2p^2}\right)\right)^2-2\cdot\left(\frac{-1}{2p^2}\right)^2=$

$$=\left(p^2+\frac{1}{p^2}\right)^2-2\cdot\frac{1}{4p^4}=\left(p^2+\frac{1}{p^2}\right)^2-\frac{1}{2p^4}=p^4+2\cdot \cancel{p^2}\cdot\frac{1}{\cancel{p^2}}+\frac{1}{p^4}$$

$$-\frac{1}{2p^4}=p^4+\frac{1}{2p^4}+2$$

$$p^4+\frac{1}{2p^4}+2\geq 2+\sqrt{2}\ ;\ p^4+\frac{1}{2p^4}\geq\sqrt{2}$$

т.к. $p\neq 0$ и $p^4>0$, то:

$$2p^8+1\geq 2\sqrt{2}p^4$$

$$2p^8-2\sqrt{2}p^4+1\geq 0$$

это верно при любом p

7