Место для скобы

03732

Шифр

ОТКРЫТАЯ РЕГИОНАЛЬНАЯ МЕЖВУЗОВСКАЯ ОЛИМПИАДА «ОРМО»
ТИТУЛЬНЫЙ ЛИСТ
заключительного этапа

1.	Предмет	Математика
2.	Вариант	1
3.	Класс	9
4.	Фамилия	Шаров
	Имя	Алексей
	Отчество	Васильевич
5.	Дата рождения	Число: 09; Месяц: 06; Год: 2006
6.	Страна	Россия
7.	Регион *(пр: Томская обл., Калининградская область)*	Кемеровская область
8.	Вид муниципального образования *(пр: пгт, деревня, село, город)*	город
9.	Населенный пункт *(пр: Томск, Кемерово, Псков)*	Новокузнецк
10.	Полное наименование образовательного учреждения, в котором Вы обучаетесь в данное время	МБНОУ „Лицей №84 им В.А. Власова"

Даю согласие на обработку моих персональных данных и информирование меня посредством sms и e–mail о моих результатах и всех дальнейших мероприятиях, связанных с олимпиадой

Личная подпись ______

Шифр 03732

Открытая региональная межвузовская олимпиада вузов Томской области (ОРМО)

Общий балл	Дата	Ф.И.О. членов жюри	Подписи членов жюри
19		Емельянова	Емел

1	2	3	4	5	Σ
5	3	-	7	4	19

№ 1

$(a^2+b^2+c^2)(x^2+y^2+z^2)-(ax+bz)^2-(by+cx)^2-(cz-ay)^2=$

$=\cancel{(ax)^2}+\cancel{(ay)^2}+(az)^2+(bx)^2+\cancel{(by)^2}+\cancel{(bz)^2}+\cancel{(cx)^2}+(cy)^2+\cancel{(cz)^2}-\cancel{(ax)^2}-2axbz-\cancel{(bz)^2}-\cancel{(by)^2}-$

$-2bycx-\cancel{(cx)^2}-\cancel{(cz)^2}+2czay-\cancel{(ay)^2}=(az)^2+2czay+(bx)^2-2axbz+(cy)^2-2bycx=$

$=az(az+2cy)+bx(bx-2az)+cy(cy-2bx)$

Замена: $az=d$, $bx=e$, $cy=f$

Тогда: $d(d+2f)+e(e-2d)+f(f-2e)=d^2+2df+e^2-2de+f^2-2ef$

Рассмотрим ~~$-(x+y-z)^2$~~ $(x+y-z)^2$

~~$-(x+y-z)^2=$~~

$(x+y-z)^2=x^2+xy-xz+y^2+xy-yz+z^2-xz-yz=x^2+y^2+z^2+2xy-2xz-2yz$

Если рассматривать $(x+y-z)^2$, подставив вместо $x-d$, $y-f$, $z-e$, то получится та же формула многочлена: $d^2+f^2+e^2+2df-2de-2ef$

Следовательно, представленное выражение можно представить в виде полного квадрата, а именно $(az+cy-bx)^2$

Ответ: ч. т. д.

№ 2

Невозможно получить одинаковую выручку за два дня, если продавать целые 13 пар кроссовок, 2 спорт. костюма и 1 футболку, при этом цена одной пары кроссовок должна быть дешевле одного спорт. костюма и дороже одной футболки на одну и ту же сумму.

Это проверяется методом подбора:

1 подбор: спорт. к. = 150, кр. = 100, ф. = 50; Общая сумма равна 1650, ~~а 1650 / 2 10~~ а „одинаковая" сумма выручки за два дня равна 825, но нельзя подобрать целые вещи, чтобы собрать эту сумму, а не целые вещи получать не логично.

2 подбор: спорт. к. = 120, кр. = 80, ф. = 40; Общая сумма равна 1320, а „одинаковая" сумма выручки равна 660 – так же невозможно подобрать кол-во вещей.

3 подбор: спорт. к. = 32, кр. = 20, ф. = 8; Общая сумма равна 332, а „одинаковая" сумма выручки равна 166 – абсолютно такая же ситуация

Ответ: Невозможно подсчитать из-за условий задачи

МЕСТО
СКОБЫ

Шифр 03732

№1

$(x+2019)(x+2020)+(x+2020)(x+2021)+(x+2019)(x+2021)=y^2$

$x^2+(2019+2020)x+2019\cdot 2020+x^2+(2020+2021)x+2020\cdot 2021+x^2+(2019+2021)x+2019\cdot 2021=y^2$

$3x^2+(2019+2020+2020+2021+2019+2021)x+(2020-1)(2020)+(2020)(2020+1)+(2020-1)(2020+1)=y^2$

$3x^2+6\cdot 2020x+3\cdot 2020^2-1=y^2$

$3(x^2+2\cdot 2020x+2020^2)-1=y^2$

$\cancel{3(x^2}$ $3(x+2020)^2-1=y^2 \Rightarrow 3((x+2020)^2-\frac{1}{3})=y^2 \Rightarrow$

$\Rightarrow \pm\sqrt{3}\cdot\pm\sqrt{(x+2020)^2-\frac{1}{3}}=\pm y$

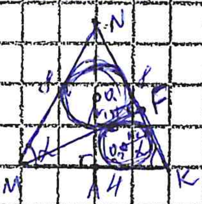
Во-первых $\pm\sqrt{3}$ является не целым числом
Во-вторых $-\frac{1}{3}$ является не целым числом

Следовательно, не существуют целые числа x и y такие, чтобы они удовлетворяли этому ~~равенству (или урав~~ уравнению

Ответ: нет.

№5 Дано:
$\triangle MNK$ – равнобедр.
$MN=NK=8$
$MK=4$
$MF\cap NK$ в т. F
Окр. (O_1, r_1) – вписан. в $\triangle MNF$
Окр. (O_2, r_2) – вписан. в $\triangle MKF$
Окр. $(O_1, r_1)\cap$ Окр. (O_2, r_2) в т. T
Найти:
$S_{\triangle MNF}$? $S_{\triangle MKF}$?

Решение:



Могу ошибаться, но вероятнее всего Окр. $(O_1, r_1)\cup$ Окр. (O_2, r_2) в т. T в том случае, если $MF\perp NK$.
Проводим $AN\perp MK$; Раз $\triangle MNK$ – равнобедр. по условию, то $AM=AK=\frac{MK}{2}=\frac{8}{2}=4$
Находим $\sin\alpha$: $\sin\alpha=\frac{AN}{MN}$
AN находим из $\triangle AMN$ (он прямоугольный, т.к. $AN\perp MK$)
$AN^2=MN^2-AM^2 \Rightarrow AN=\cancel{\sqrt{AN^2-AM^2}}\ \sqrt{MN^2-AM^2}$
$AN=\sqrt{8^2-2^2}=\sqrt{64-4}=\sqrt{60}$
Тогда $\sin\alpha=\cancel{\frac{\sqrt{60}}{8}}\ \frac{\sqrt{60}}{8}$

Рассмотрим $\triangle MKF$: он прямоугольный, т.к. я допустил, что $MF\perp NK$ и у него одинаковый угол с $\triangle AMN$, т.к. $\triangle MNK$ – равнобедр.; а раз одинаковы углы, то одинаковы и синусы этих углов
Тогда $MF=\sin\alpha\cdot MK=\frac{\sqrt{60}}{8}\cdot 4=\frac{\sqrt{60}}{2}$
$KF^2=MK^2-MF^2$ – по свойству прямоугол. треугол.
$KF=\sqrt{MK^2-MF^2}=\sqrt{4^2-\left(\frac{\sqrt{60}}{2}\right)^2}=\sqrt{16-\frac{60}{4}}=\sqrt{16-15}=\sqrt{1}=1$
Раз $KF=1$, то $NF=NK-KF=8-1=7$
Раз $MF\perp NK$, то и $\triangle MNF$ – прямоугол.
S прямоугол. треугол. равна $\frac{1}{2}\cdot$ катет $\cdot$ катет
Тогда $S_{\triangle MNF}=\cancel{\frac{1}{2}\cdot\frac{\sqrt{60}}{2}}\ \frac{1}{2}\cdot MF\cdot NF=\frac{1}{2}\cdot\frac{\sqrt{60}}{2}\cdot 7=\frac{7\sqrt{60}}{4}=\frac{7\sqrt{15}}{2}$

$S_{\triangle MKF}=\frac{1}{2}\cdot\cancel{MK}\cdot MF\cdot KF=\frac{1}{2}\cdot\frac{\sqrt{60}}{2}\cdot 1=\frac{\sqrt{60}}{4}=\frac{\sqrt{15}}{2}$

Ответ: $S_{\triangle MNF}=\frac{7\sqrt{15}}{2}$, $S_{\triangle MKF}=\frac{\sqrt{15}}{2}$ в безразмерных единицах