Место для скобы

ОТКРЫТАЯ РЕГИОНАЛЬНАЯ МЕЖВУЗОВСКАЯ ОЛИМПИАДА «ОРМО»
ТИТУЛЬНЫЙ ЛИСТ
заключительного этапа

03577

Шифр

1.	Предмет	математика
2.	Вариант	
3.	Класс	11
4.	Фамилия	ШАРАКЧИНОВА
	Имя	ЭРЖЕНА
	Отчество	СОЛБОНОВНА
5.	Дата рождения	Число: 02; Месяц: 09; Год: 2004
6.	Страна	Россия
7.	Регион *(пр: Томская обл., Калининградская область)*	Республика Бурятия
8.	Вид муниципального образования *(пр: пгт, деревня, село, город)*	село
9.	Населенный пункт *(пр: Томск, Кемерово, Псков)*	Петропавловка
10.	Полное наименование образовательного учреждения, в котором Вы обучаетесь в данное время	МАОУ Петропавловская СОШ №1

Даю согласие на обработку моих персональных данных и информирование меня посредством sms и e–mail о моих результатах и всех дальнейших мероприятиях, связанных с олимпиадой

Личная подпись ______

Шифр 03577

Открытая региональная межвузовская олимпиада вузов Томской области (ОРМО)

Общий балл	Дата	Ф.И.О. членов жюри	Подписи членов жюри
25		Емельянова	

1	2	3	4	5	Σ
6	–	6	7	6	25

1. $2022!(S_{2021}-1)$, $S_n = \frac{1}{2!}+\frac{2}{3!}+\ldots+\frac{n}{(n+1)!}$

?

$S_{2021}-1 = \frac{1}{2!}+\frac{2}{3!}+\ldots+\frac{2021}{2022!}-1 = \frac{2}{3!}+\frac{3}{4!}+\ldots+\frac{2021}{2022!}-\frac{1}{2!}=$

нет обоснования

$=\frac{3}{4!}+\frac{4}{5!}+\ldots+\frac{2021}{2022!}+\left(\frac{2}{3!}-\frac{1}{2!}\right)=\frac{4}{5!}+\frac{5}{6!}+\ldots+\frac{2021}{2022!}+\left(\frac{3}{4!}-\frac{1}{3!}\right)=$

числа совпадают

$=\frac{5}{6!}+\ldots+\frac{2021}{2022!}-\frac{1}{5!}$ = аналогично $=\frac{2019}{2020!}+\frac{2020}{2021!}+\frac{2021}{2022!}-\frac{1}{2019!}=$

$=\frac{2020}{2021!}+\frac{2021}{2022!}-\frac{1}{2020!}=\frac{2021}{2022!}-\frac{1}{2021!}=-\frac{1}{2022}$

Итого: $2022!(S_{2021}-1)=2022!\left(-\frac{1}{2022}\right)=-1$

Ответ: -1

3. $p(x)=x^3+3x+2$, вычислить $\left(1-\frac{2}{p(1)}\right)\left(1-\frac{2}{p(2)}\right)\left(1-\frac{2}{p(3)}\right)\ldots\left(1-\frac{2}{p(2021)}\right)$

$D=3^2-4\cdot 2=1$

$x_{1,2}=\frac{-3\pm 1}{2}=-2;-1$

$p(x)=(x+1)(x+2)$

$p(n)=(n+1)(n+2)$

$\alpha(n)=1-\frac{2}{p(n)}$ $\quad \frac{p(n)-2}{p(n)} = \frac{n(n+3)}{(n+1)(n+2)}$

равенство не обосновано

$\prod_{n=1}^{2021}\alpha(n)=\prod_{n=1}^{2021}\frac{n(n+3)}{(n+1)(n+2)}=\underbrace{2021!}_{\prod_{n=1}^{2021} n}\cdot\underbrace{\frac{2024!}{3\cdot 2}}_{\prod(n+3)}:\underbrace{\frac{2022!}{1}}_{\prod(n+1)}:\underbrace{\frac{2023!}{1}}_{\prod(n+2)}=$

$=\frac{2021!}{2022!}\cdot\frac{2024!}{2023!}\cdot\frac{1}{6}\cdot 2=\frac{2024\cdot 2}{2022\cdot 6}=\frac{253\cdot 8\cdot 8}{337\cdot 3\cdot 8\cdot 3\cdot 8}=\frac{253\cdot 4}{337\cdot 9}=\frac{1012}{3033}$

$\prod_{i=1}^{n} A_i$ – это произведение A_i, при i меняющемся от 1 до n $(A_1, A_2 \ldots A_n)$

Ответ: $\frac{1012}{3033}$

скобы

Шифр 03577

(4) $x^3 - 2022x^2 + 1011 = 0$ из условия известно, что существует 3 различных корней уравнения a, b, c.

$$\frac{1}{ab} + \frac{1}{bc} + \frac{1}{ac} = \frac{a+b+c}{abc}$$

Надо найти сумму и произведение корней a, b, c

Это можно сделать по теореме Виета для Кубического уравнения

$$Ax^3 + Bx^2 + Cx + D = 0$$

$$x_1 + x_2 + x_3 = -\frac{B}{A} \quad \text{и} \quad x_1 \cdot x_2 \cdot x_3 = -\frac{D}{A}$$

В нашем случае $A = 1$, $B = 2022$, $D = 1011$

$$a + b + c = +2022$$

$$a \cdot b \cdot c = -1011$$

Итого: $\frac{1}{ab} + \frac{1}{bc} + \frac{1}{ac} = \frac{a+b+c}{abc} = \frac{2022}{1011} = -2$

Ответ: -2

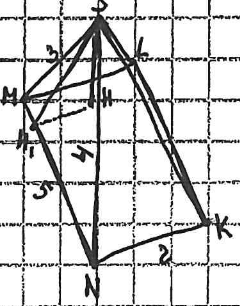
(5.)

Дано: SMNKL - пирамида

MNKL - прямоугольник

$MN = 5$, $NK = 2$, $SM = 3$, $SN = 4$

$SM^2 + SN^2 = MN^2 \Rightarrow MSN = 90^\circ$



Найти: SK и SL - ? V - ?

Решение:

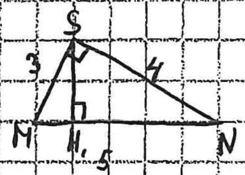
$V = \frac{1}{3} \cdot S_{MNKL} \cdot h$, где h - высота пирамиды

Тем больше h, тем больше V пирамиды

Опустим из S на MNKL высоту SH, $SH \perp MNKL$ и H лежит на плоскости MNKL.

Так как точка S привязана к MN (известны SM и SN), то можно просто расположить ΔSMN так, что S была на наибольшем расстоянии от основания.

Опустим из S высоту SH_1 на MN



$SH^2 = SH_1^2 - HH_1^2$ и SH максимальна, если $HH_1 = 0$,

то есть $H = H_1$

Найдем SH

$S_{SMN} = \frac{1}{2} SN \cdot SM = \frac{1}{2} SH_1 \cdot MN$

$SH = \frac{SN \cdot SM}{MN} = \frac{3 \cdot 4}{5} = \frac{12}{5}$

осталось найти H_1K и H_1L

$V = \frac{1}{3} S_{MNKL} \cdot h = \frac{1}{3} \cdot 10 \cdot \frac{12}{5} = 8$

$SK^2 = SH_1^2 + H_1K^2$

$SL^2 = SH_1^2 + H_1L^2$

$H_1K^2 = NK^2 + H_1N^2$, а $H_1N^2 = SN^2 - SH_1^2$

$SK^2 = SH_1^2 + NK^2 + SN^2 - SH_1^2 = NK^2 + SN^2 =$

$= 4 + 16 = 20$, $SK = \sqrt{20}$

$H_1L^2 = ML^2 + MH_1^2$, а $MH_1^2 = SM^2 - SH_1^2$

$SL^2 = SM^2 + ML^2 = 9 + 4 = 13$, $SL = \sqrt{13}$

Ответ: $SK = \sqrt{20}$, $SL = \sqrt{13}$, $V = 8$