ТКРЫТАЯ РЕГИОНАЛЬНАЯ МЕЖВУЗОВСКАЯ ОЛИМПИАДА «ОРМО»

ТИТУЛЬНЫЙ ЛИСТ

заключительного этапа

07430

Шифр

мет	МАТЕМАТИКА
ант	1
:	11И
лия	ШАПОРЕНКО
	НИКИТА
тво	МАКСИМОВИЧ
рождения	07 (Число) 10 (Месяц) 2005 (Год)
а	РОССИЯ
н *(пр: Томская обл., инградская область)*	Новосибирская область
ниципального образования *п, деревня, село, город)*	ГОРОД
енный пункт *(пр: Томск, ово, Псков)*	Карасук
е наименование овательного учреждения, ром Вы обучаетесь в е время	МБОУ технический лицей №176

асие на обработку моих персональных данных и информирование меня посредством sms и e–mail зультатах и всех дальнейших мероприятиях, связанных с олимпиадой

Личная подпись Шапоренко

1	2	3	4	5
4	1	2	7	2

Шифр 07430

Открытая региональная межвузовская олимпиада вузов Томской области (ОРМО)

Общий балл	Дата	Ф.И.О. членов жюри	Подписи членов жюри
16б	20.03.23	Гецушина	

1. $2x^2+2x^2z^2+z^2+7y^2-42y+33=0$

$2x^2(1+z^2)+1(z^2+1)-1+7(y^2-6y+9)-63+33=0$

$\underbrace{(1+z^2)(2x^2+1)}_{\text{всегда} >0,\ \text{т.к. } z^2>0,\ x^2>0}+7(y-3)^2=31 \Longrightarrow 7(y-3)^2<31$

Отсюда поймём, что y может принимать значения в диапазоне $\longrightarrow 1\leq y\leq 5$

Найдем решения в целых числах при $y=1$:

$(1+z^2)(2x^2+1)=3$

$x=1;\ z=1$

при $y=2$:

$(1+z^2)(2x^2+1)=26=1\cdot 26=2\cdot 13=13\cdot 2=26\cdot 1$

Нет решений в целых числах

при $y=3$:

$(1+z^2)(2x^2+1)=31=1\cdot 31=31\cdot 1$

нет решений в целых числах

при $y=4$: будет соответствовать $y=2$.

при $y=5$: будет соответствовать $y=1$

Ответ: $y=1,\ x=1,\ z=1$ — 1 решение, $y=5;\ x=1,\ z=1$ — 2 реш.

Не все решение

(4б)

3. $\frac{2a}{3(b+c)}+\frac{2b}{3(a+c)}+\frac{2c}{3(a+b)}\geq 1$ домножим обе части на $\frac{3}{2}$

$\frac{a}{b+c}+\frac{b}{a+c}+\frac{c}{a+b}\geq\frac{3}{2}$

$a+b\geq 2\sqrt{ab}$

$\frac{a+b+c}{3}\geq\sqrt[3]{a\cdot b\cdot c}$

$\frac{a}{2\sqrt{bc}}+\frac{b}{2\sqrt{ac}}+\frac{c}{2\sqrt{ab}}\geq\frac{3}{2}$?

Несоответствие

(2б)

$$\frac{a^{\frac{3}{2}}+b^{\frac{3}{2}}+c^{\frac{3}{2}}}{\sqrt{a}\cdot\sqrt{b}\cdot\sqrt{c}} \geq 3 \qquad \frac{a^{\frac{3}{2}}+b^{\frac{3}{2}}+c^{\frac{3}{2}}}{3} \geq \frac{\sqrt[3]{a^{\frac{3}{2}}\cdot b^{\frac{3}{2}}\cdot c^{\frac{3}{2}}}}{\sqrt{abc}}$$

$$\frac{\sqrt{a}\sqrt{b}\sqrt{c}}{\sqrt{abc}} = 1 \Rightarrow \text{Неравенство справедливо}$$

2. $$2^{\ln(x^2-2023)} - \ln 2^{x^2-2022} = 0 \qquad x^2-2023>0$$
$$x^2>2023$$

$$2^{\ln(x^2-2022)-1} - \ln 2^{x^2-2022} = 0$$

$$\frac{2^{\ln(x^2-2022)}}{2} - \ln 2^{x^2-2022} = 0$$

$$\ln\frac{2^{\ln(x^2-2022)}}{2} - \ln \ln 2^{x^2-2022} = 0$$

$$\ln 2 \cdot 2^{x^2-2022} - 2^{x^2-2022} = 0$$

$$t\cdot\ln 2 - t = 0 \qquad 2^{x^2-2022} = t > 0$$

$$t(\ln 2 - 1) = 0$$

$$\left\{\begin{array}{l}\left[\begin{array}{l} t=0 \text{ нк} \\ \ln 2 = 1, \text{ чего быть не может} \Rightarrow t=0 \end{array}\right. \\ t>0 \end{array}\right. \quad 2^{x^2-2022}=0$$

Ответ: $\varnothing$ корней нет

4. $$ax^3 - ax^2 + bx + b = 0 \qquad \left\{\begin{array}{l} x_1x_2x_3 = \frac{-b}{a} \\ x_1x_2+x_2x_3+x_1x_3 = \frac{b}{a} \\ x_1+x_2+x_3 = 1 \end{array}\right. \text{ по Т. Виета}$$

$$x^3 - x^2 + bx + b = 0$$

$$(x_1+x_2+x_3)\left(\frac{1}{x_1}+\frac{1}{x_2}+\frac{1}{x_3}\right) = -1$$

скобы

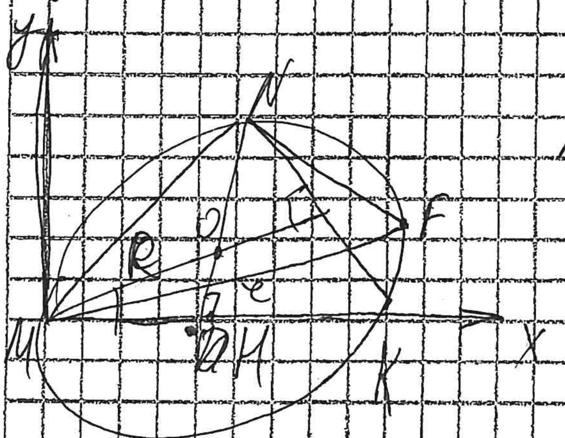
Шифр 07430

$(x_1+x_2+x_3)\left(\frac{x_1x_2+x_2x_3+x_1x_3}{x_1x_2x_3}\right)=-1$, подставим

$\frac{ab}{a(-b)}=-1$

$1(-1)=-1$, что и требовалось доказать.

5.



MNK - равносторонний

$OH=r$, $\alpha=30°$ $N(1;\sqrt{3})$ $\overline{NF}\{x_1-1; y_1-\sqrt{3}\}$

$tg 30=\frac{r}{MH}$ $M(0;0)$ $\overline{KF}\{x_1-2; y_1\}$

$MH=1$ $\frac{1}{\sqrt{3}}=\frac{r}{1}$ $K(2;0)$ $\overline{MF}\{x_1; y_1\}$

$r=\sqrt{3}$ $F(x_1;y_1)$

$(x_1-1)^2+(y_1-\sqrt{3})^2+(x_1-2)^2+(x_1^2+y_1^2)+y_1^2=x_1^2-2x_1+1+y_1^2-2\sqrt{3}y_1+$

$+3+y_1^2+x_1^2+y_1^2=3y_1^2-6x_1+3y_1^2-2\sqrt{3}y_1+8=3(x_1^2-2x_1+1)+$

$+(\sqrt{3}y_1-1)^2+4=3(x_1-1)^2+(\sqrt{3}y_1-1)^2+4$

ур-ие окружности: R по т. Пиф.

$\frac{(x-1)^2}{1}+\frac{(\sqrt{3}y-1)^2}{3}=\frac{4}{3}\Big|\cdot 3$ $R=\sqrt{4}=2$

$3(x_1-1)^2+(\sqrt{3}y_1-1)^2+4=\underline{8}$

$3(x-1)^2+(\sqrt{3}y-1)^2=4$ Ответ: 8