

Открытая региональная межвузовская олимпиада вузов Томской области (ОРМО)

Общий балл	Дата	Ф.И.О. членов жюри	Подписи членов жюри
22		Емельяева	Ему

1 2 3 4 5 Σ
6 1 6 7 2 22

1. $1! = 1 = 1$
 $2! = 2 = 1 + 2 = 3$
 $3! = 6 = 1 + 2 + 6 = 9$
 $4! = 24 = 33$
 $5! = 120 = 153$
 $6! = 720 = 873$
- После $5!$ все факториалы будут заканчиваться на ноль, значит все наши суммы после $4!$ будут давать 3 в конце, а квадратов, которые в конце дают 3 - нет.

Ответ: 1 и 3

$$4. (a^2 + b^2 + c^2)(x^2 + y^2 + z^2) - (ax + bz)^2 - (by + cx)^2 - (cz - ay)^2 \geq 0$$

$$a^2x^2 + b^2x^2 + c^2x^2 + a^2y^2 + b^2y^2 + c^2y^2 + a^2z^2 + b^2z^2 + c^2z^2 - (a^2x^2 + 2abxz + b^2z^2) - (b^2y^2 + 2bcxy + c^2x^2) - (c^2z^2 + 2acyz + a^2y^2) \geq 0$$

$$b^2x^2 + c^2y^2 + a^2z^2 - 2abxz - 2bcxy - 2cayz \geq 0$$

$$a^2z^2 + b^2x^2 + c^2y^2 \geq 2abxz + 2bcxy + 2cayz$$

$$az = t$$

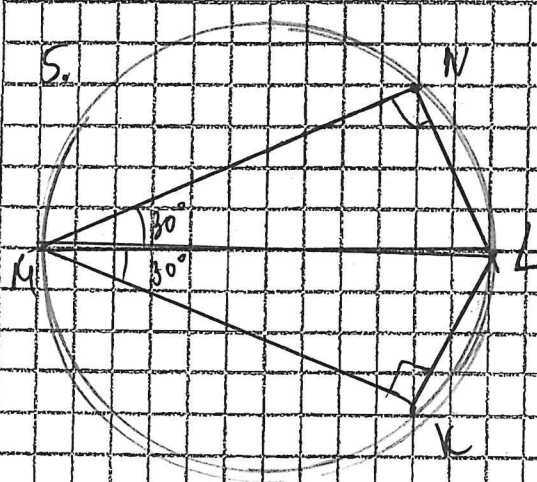
$$bx = m$$

$$cy = n$$

$$t^2 + m^2 + n^2 \geq 2tm + 2mn - 2tn$$

$$\left(\frac{t}{2} - \frac{m}{2} - \frac{n}{2}\right)^2 \geq t^2 + m^2 + n^2 - 2tm - 2tn + 2mn$$

$$(t - m - n)^2 \geq 0$$



Дано
 $S_{\triangle KLM} = 25$
 $\angle LKN = 30^\circ$
 $MN + NK = ?$

Решение:

$$S = \frac{1}{2} \cdot 2a \cdot a = a^2 = \frac{1}{2} \cdot 2a \cdot a = 2a^2$$

$$S = 25$$

$2a^2 = 25$, тк 2 площади

$$a^2 = 12,5$$

$$a = \sqrt{12,5} = \frac{5}{\sqrt{2}}$$

Ответ: $\frac{5}{\sqrt{2}}$

$$3 \cdot \frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c} = \frac{bc+ac+ab}{abc}$$

$$x^3 - 2022x + 1011 = (x-a)(x-b)(x-c)$$

$$x^3 + mx^2 + nx + f = (x-a)(x-b)(x-c) = (x^2 - bx - ax + ab)(x-c) = x^3 - x^2(x+b) + (ab+bc+ac) - abc$$

$$x^3 - x^2(a+b+c) + (ab+bc+ac)x - abc = ab+bc+ac = \frac{ab+bc+ac}{abc} = x^3 - x^2(a+b+c) + x(ab+bc+ac) - abc$$

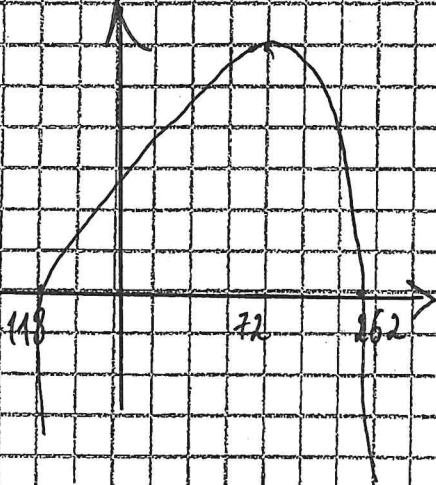
$$a+b+c=0 \quad ab+bc+ac = -2022$$

$$abc = +1011$$

$$\frac{ab+bc+ac}{abc} = \frac{-2022}{1011} = -2$$

Ответ: 2

№ 2



$$f(a) = 2022$$

$$f(1) = 2022$$

$$f(x) \leq 2022 \implies a + 1 \neq 0$$

$$a = -1$$

$$(a+1) + (a+1) + 2022$$

