

Место для скобы

ОТКРЫТАЯ РЕГИОНАЛЬНАЯ МЕЖВУЗОВСКАЯ ОЛИМПИАДА
ВУЗОВ ТОМСКОЙ ОБЛАСТИ «ОРМО»


003502

Шифр

ТИТУЛЬНЫЙ ЛИСТ
заключительного этапа

1.	Предмет	МАТЕМАТИКА																				
2.	Вариант	1																				
3.	Класс	10																				
4.	Фамилия	Ш	А	Г	Ж	И	Е	В	А													
	Имя	Н	О	М	И	Н																
	Отчество	С	Е	Р	Г	Е	Е	В	Н	А												
5.	Дата рождения	0	8			0	9			2	0	0	4									
		Число		Месяц		Год																
6.	Страна	Россия																				
7.	Регион (пр: Томская обл., Алтайский край)	Республика Бурятия																				
8.	Вид муниципального образования (пр: село, город, пгт, деревня)	СЕЛО																				
9.	Населенный пункт (пр: Томск, Кемерово, Псков)	ПЕТРОПАВЛОВКА																				
10.	Полное наименование образовательного учреждения, в котором Вы обучаетесь	МАОУ ПСОШ №1																				

Даю согласие на обработку моих персональных данных и информирование меня посредством sms и e-mail о моих результатах и всех дальнейших мероприятиях, связанных с олимпиадой

Личная подпись 

Открытая региональная межвузовская олимпиада вузов Томской области (ОРМО)

Общий балл	Дата	Ф.И.О. членов жюри	Подписи членов жюри
205	3.04.21	Тенурин И.Ю.	

Задание 3.

$f(x)$, $f(0) + f(1) = 0$, $f(2) + f(3) = 0$

Пусть $f(x) = ax + bx + c \Rightarrow$

$\Rightarrow f(0) + f(1) = a \cdot 0^2 + b \cdot 0 + c + a \cdot 1^2 + b \cdot 1 + c = a + b + 2c = 0$

$f(2) + f(3) = a \cdot 2^2 + b \cdot 2 + c + a \cdot 3^2 + b \cdot 3 + c = 13a + 5b + 2c = 0$

Вычтем из 2-го выражения 1-ое.

$13a + 5b + 2c - a - b - 2c = 0$

$12a + 4b = 0$

$4b = -12a \quad | :4a$

$\frac{4b}{4a} = \frac{-12a}{4a}$

$\frac{b}{a} = -3 \quad -\frac{b}{a} = 3$

Сумма корней квадратного трёхчлена по теореме Виета равна

$-\frac{b}{a} = 3$

Ответ: сумма корней данного уравнения равна 3. ✓

Задание 1.

$\sqrt{x^2 + 2021} - x$, $\sqrt{x^2 + 2} - \sqrt{x^2 + 2021}$, $2x - \sqrt{x^2 + 2021}$

Пусть число $\sqrt{x^2 + 2021} = t \Rightarrow x^2 + 2021 = t^2$

$x^2 - t^2 = -2021$

$(x-t)(x+t) = -2021$

Разложим на множители $2021 = 43 \cdot 47 \Rightarrow$

4 случая:

$\begin{cases} x-t=47 \\ x+t=-43 \end{cases}$

$\text{и } \begin{cases} x-t=43 \\ x+t=-47 \end{cases}$

$\text{и } \begin{cases} x-t=-47 \\ x+t=43 \end{cases}$

$\text{и } \begin{cases} x-t=-43 \\ x+t=47 \end{cases}$

$$1) \begin{cases} x - t = 47 \\ x + t = -43 \end{cases} +$$

$$\hline 2x = 4$$

$$x = 2$$

$$2 - t = 47$$

$$t = -45$$

Выражение $\sqrt{2^2 + 2} = \sqrt{6}$ - не удовлетворяет условию.

$$3) \begin{cases} x - t = -47 \\ x + t = -43 \end{cases} +$$

$$\hline 2x = -4$$

$$x = -2$$

$$-2 - t = -47$$

$$t = 45$$

Выражение $\sqrt{x^2 + 2} = \sqrt{(-2)^2 + 2} = \sqrt{6}$ - не удовлетворяет условию

$$2) \begin{cases} x - t = 43 \\ x + t = -47 \end{cases} +$$

$$\hline 2x = -4$$

$$x = -2$$

$$-2 - t = 43$$

$$t = -45$$

Выражение $\sqrt{(-2)^2 + 2} = \sqrt{6}$ - не удовлетворяет условию

$$4) \begin{cases} x - t = -43 \\ x + t = 47 \end{cases} +$$

$$\hline 2x = 4$$

$$x = 2$$

$$2 - t = -43$$

$$t = 45$$

Выражение $\sqrt{2^2 + 2} = \sqrt{6}$ - не удовлетворяет условию.

Ответ: такого числа x не существует

Задача 2.

$$\begin{cases} xz + 5yz - 6xy = -2y \\ 2xz + 9yz - 6xy = -12y \\ yz - 2xy = 6y \end{cases}$$

Рассмотрим уравнение

$$yz - 2xy = 6y$$

$$yz = 6y + 2xy$$

$$yz - 6y - 2xy = 0$$

$$y(z - 6 - 2x) = 0$$

$$y = 0 \quad \text{или} \quad z - 6 - 2x = 0$$

$$z = 6 + 2x$$

З.О.

П.к. $y = 0$, то $xz + 5 \cdot 0 \cdot z - 6x \cdot 0 = -2 \cdot 0$

$$xz = 0$$

$$0 = x$$

$$\text{или} \quad z = 0$$

П.к. $x = 0$

$$z = 6 + 2 \cdot 0 = 6$$

Вывод: мы получили тройку чисел

$x = 0, y = 0, z = 0$ или $x = 0, y = 0, z = 6 \Rightarrow z$ - любое число

Ответ: $x = 0, y = 0, z$ - любое число.

не все корни найдены

Место для скобы

Задание 4.

Шифр

003502

$$\frac{2021}{2019} \sqrt{2019 \times 2020^{-1}} + \frac{2021}{2020} \sqrt{2020 \times 2018^{-1}} > 2$$

Рассмотрим

$$\frac{2021}{2019} \sqrt{2019 \times \frac{1}{2020} \times \underbrace{1 \times 1 \times 1 \times \dots \times 1}_{2019}} \leq \frac{2019 + \frac{1}{2020} + \overbrace{1+1+1 \dots +1}^{2019}}{2021} =$$

теорема о неравенствах Коши

$$= \frac{2019 + 2019 + \frac{1}{2020}}{2021} = \frac{2 \times 2019}{2021} + \frac{1}{2020 \times 2021}$$

$$\frac{2021}{2020} \sqrt{2020 \times \frac{1}{2018} \times \underbrace{1 \times 1 \times 1 \dots \times 1}_{2019}} \leq \frac{2020 + \frac{1}{2018} + \overbrace{1+1+1 \dots +1}^{2019}}{2021} = \frac{4039}{2021} + \frac{1}{2018 \times 2021}$$

неравенство Коши

$$\frac{2021}{2020} \sqrt{\frac{2019}{2020}} + \frac{2021}{2018} \sqrt{\frac{2020}{2018}} \leq \frac{4038}{2021} + \frac{1}{2020 \times 2021} + \frac{4039}{2021} + \frac{1}{2018 \times 2021} = \frac{8077}{2021} +$$

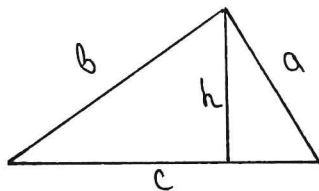
$$+ \frac{1}{2020 \times 2021} + \frac{1}{2018 \times 2021} > 2$$

ч. т. д.

Задание 5.

Дано: п/у Δ ; a, b - катеты
 c - гипотенуза; h - высота

В-ть: может ли $c + h < a + b$



Решение: Рассмотрим ΔABC , по неравенству треугольников \Rightarrow

$$h < a + \frac{c}{2}$$

$$h < b + \frac{c}{2}$$

$$h + h < a + \frac{c}{2} + b + \frac{c}{2}$$

$$2h < a + b + c$$

$$c < a + b$$

$$2h + c < 2a + 2b + c$$

$$2h < 2a + 2b \quad | :2$$

$$h < a + b$$

$$c < a + b$$

$$c + h < 2a + 2b \quad | :2$$

$$\frac{c+h}{2} < a + b$$

ответ: да, возможно

ответ неверный