Лесто для скобы

019271

Шифр

ОТКРЫТАЯ РЕГИОНАЛЬНАЯ МЕЖВУЗОВСКАЯ ОЛИМПИАДА ВУЗОВ ТОМСКОЙ ОБЛАСТИ «ОРМО»

ТИТУЛЬНЫЙ ЛИСТ
заключительного этапа

1.	Предмет	математика
2.	Вариант	1
3.	Класс	11 Л2
4.	Фамилия	ШАЧНЕВА
	Имя	ПОЛИНА
	Отчество	ВЛАДИМИРОВНА
5.	Дата рождения	28 (Число) 07 (Месяц) 2002 (Год)
6.	Регион *(пр: Томская обл., Алтайский край)*	Новосибирская область
7.	Вид муниципального образования *(пр: село, город, пгт, деревня)*	город
8.	Населенный пункт *(пр: Томск, Кемерово, Асино)*	Карасук
9.	Полное наименование образовательного учреждения, в котором Вы обучаетесь	МБОУ технический лицей № 176 Карасукского района Новосибирской области

Даю согласие на обработку моих персональных данных и информирование меня посредством sms и e–mail о моих результатах и всех дальнейших мероприятиях, связанных с олимпиадой

Личная подпись ______

10.	Контактный телефон	89994684677
11.	e- mail	polinashachneva@yandex.ru
12.	Профиль в вк	https://vk.com/polyandrosya
13.	Документ, удостоверяющий личность	5016 (серия) 568545 (номер) Отделением УФМС по Новосибирской (кем и когда выдан) области в Карасукском районе 08.08.2016 (кем и когда выдан)
14.	Из числа лиц с ограниченными возможностями по здоровью (инвалид) (да/нет)	нет
15.	Сирота (да/нет)	нет
16.	Победитель или призер олимпиады прошлого года (да/нет)	~~нет~~ да

Шифр 019271

Открытая региональная межвузовская олимпиада вузов Томской области (ОРМО)

Общий балл	Дата	Ф.И.О. членов жюри	Подписи членов жюри
23	18.03.10	Петрушенко И.Ю.	[illegible]

№1 $(x-y)^2+(y-2\sqrt{x}+2)^2=\frac{1}{2}$; Уравнение с 2мя неизвестными имеет бесконечное кол-во корней. Тогда задача заключается в нахождении хотя бы 1й пары корней.

Пусть $x=1$

$$(1-y)^2+(y-2+2)^2=\frac{1}{2}$$
$$y^2-2y+1+y^2-\frac{1}{2}=0$$
$$2y^2-2y+\frac{1}{2}=0$$
$$D=4-4=0$$
$$y=\frac{2\pm0}{4}=\frac{1}{2}$$

Ответ: $(1;\frac{1}{2})$

2

№2.

Пусть скорость пешая $=x$ $\frac{км}{ч}$; скорость на велосипеде $=y$ $\frac{км}{ч}$; скорость на машине $=z$ $\frac{км}{ч}$; 1ч 6м = 1,1ч; 2ч 24м = 2,4ч

T - искомое время

$$\begin{cases}\frac{2}{x}+\frac{3}{y}+\frac{20}{z}=1{,}1\\ \frac{5}{x}+\frac{8}{y}+\frac{30}{z}=2{,}4\\ \frac{4}{x}+\frac{5}{y}+\frac{80}{z}=T\end{cases}$$

$$-\begin{cases}\cancel{\frac{2}{x}}+\frac{3}{y}+\frac{20}{z}=1{,}1\ /5\\ \frac{5}{x}+\frac{8}{y}+\frac{30}{z}=2{,}4\ /2\end{cases}$$
$$\frac{1}{y}-\frac{40}{z}=-0{,}7$$
$$\frac{1}{y}=\frac{40}{z}-0{,}7.$$

$$-\begin{cases}\cancel{\frac{2}{x}}+\frac{3}{y}+\frac{20}{z}=1{,}1\ /8\\ \frac{5}{x}+\frac{8}{y}+\frac{30}{z}=2{,}4\ /3\end{cases}$$
$$\frac{1}{x}+\frac{70}{z}=1{,}6$$
$$\frac{1}{x}=1{,}6-\frac{70}{z}$$

7

$$4\left(1{,}6-\frac{70}{z}\right)+5\left(\frac{40}{z}-0{,}7\right)+\frac{80}{z}=T$$
$$6{,}4-\frac{280}{z}+\frac{200}{z}-3{,}5+\frac{80}{z}=T$$
$$2{,}9=T;\ T=2{,}9ч=2ч\ 54\ мин.$$

Ответ: 2ч 54мин.

то для
обы

Шифр 019271

№3.

$2019\sqrt[3]{3{,}5x-2{,}5}+2018\cdot\log_2(3x-1)+m=2020$

рассмотрим левую и правую части как функции,
тогда справа прямая $\parallel Ox$; а слева сумма 2х
возрастающих функций. Сумма 2х $\nearrow$ их функций
равна возрастающей функции. Значит $f(x)$ ~~слева и~~
(возрастающ-й функции) будет 1 точка пересечения с прямой.
Тогда m - отвечает за перемещение $f(x)$ по оси y.
То при $x\in[1;3]$, $m\in$ неразрывному интервалу.
Значит нужно просто подставить крайние значения x
в уравнения, чтобы найти граничные значения
интервала m.

$x=1$:

$2019\sqrt[3]{3{,}5-2{,}5}+2018\cdot\log_2(3-1)+m=2020$

$2019+2018+m=2020$

$m=-2017.$

$x=3$:

$2019\sqrt[3]{10{,}5-2{,}5}+2018\cdot\log_2(9-1)+m=2020$

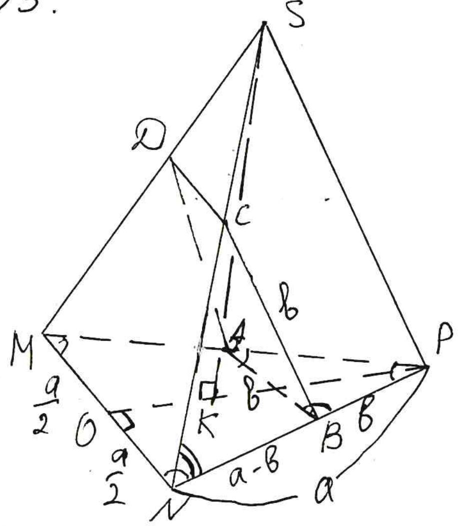
$2019\cdot2+2018\cdot3+m=2020$

$4038+6054+m=2020$

$m=-8072.$

Ответ: $[-8072;-2017]$.

№5.



Дано: правл. треугольн. пирамида $SMNP$; $ABCD$-квадрат, сечение пирамиды;
$MN=a$; $AB=b$

$V_{пир}$ -?

Решение:

1) $V_{пир}=\frac{1}{3}S\cdot h=\frac{1}{3}\frac{a^2\sqrt3}{4}\cdot h$; h-? $\Rightarrow SK$-?

~~2) $AD\parallel CB$ - как стороны квадрата;~~
~~$AD\in(MSP)$~~
~~$CB\in(NSP)$~~
~~$MSP\cap NSP=SP$~~ $\Rightarrow CB\parallel SP$ и $AD\parallel SP$.

то для
обы

Шифр 019271

2) $AB \parallel DC$ - как стороны квадрата
$AB \in (MNP)$
$DC \in (MNS)$
$(MNP) \cap (MNS) = MN$
$\Rightarrow AB \parallel MN$
$DC \parallel MN$.

3) т.к. $\triangle MNP$ - равност., то все углы $= 60°$; $\angle PBA = \angle PNM$ как внешние односторонние при $AB \parallel MN$ и секущей PN, то ~~все у~~ аналогично $\angle PAM = \angle PMN$, то $\triangle APB$ - равносторонний, т.к. все углы $= 60° \Rightarrow AB = BP = PA = b$.

4). $NP = a$; $NB = a - BP = a - b$.

5) $\triangle PNS \overset{УУ}{\sim} \triangle BNC \Rightarrow \frac{NP}{NB} = \frac{SP}{CB}$; $\frac{a}{a-b} = \frac{SP}{b}$; $SP = \frac{ab}{a-b}$

$\angle PNS$ - общий

$\angle NBC = \angle NPS$

(как внешние однос-е при $AB \parallel SP$ и секущей NP)

7

6) $\triangle SKP$: $\angle K = 90°$

$SK = \sqrt{SP^2 - KP^2}$; $\triangle PON$: $\angle O = 90°$

$PO = \sqrt{a^2 - \frac{a^2}{4}} = \frac{a\sqrt{3}}{2}$;

в правильной пирамиде высота падает на точку пересечения медиан K (центр $\triangle$-ка), то $PK : KO = 2:1$

$PK = \frac{2}{3} PO = \frac{2}{3} \cdot \frac{a\sqrt{3}}{2} = \frac{a}{\sqrt{3}}$;

$SK = \sqrt{\frac{a^2b^2}{(a-b)^2} - \frac{a^2}{3}} =$

$= a\sqrt{\frac{3b^2 - a^2 + 2ab - b^2}{3(a-b)^2}} =$

$= \frac{a\sqrt{2ab + 2b^2 - a^2}}{\sqrt{3}(a-b)}$;

7) $V_{пир} = \frac{1}{3} \frac{a^2\sqrt{3}}{4} \cdot \frac{a\sqrt{2ab + 2b^2 - a^2}}{\sqrt{3}(a-b)} = \frac{a^3\sqrt{2ab + 2b^2 - a^2}}{12(a-b)}$

Ответ: $\frac{a^3\sqrt{2b^2 + 2ab - a^2}}{12(a-b)}$

№ 4.

$a < 1$, $b < 1$, $c < 1$; $a + b + c \geq \frac{1}{2}$. Доказать, что

$(1-a)(1-b)(1-c) \leq \frac{125}{216}$.

Т.к. нужно доказать, что произведение меньше либо равно $\frac{5^3}{6^3}$, то стоит рассмотреть случай когда каждый множитель максимальный. Т.е. если

$(1-a)(1-b)(1-c) \leq \left(\frac{5}{6}\right)^3$, то $(1-a), (1-b), (1-c) \leq \frac{5}{6}$,

Чтобы множители были максимальны, пусть $a = b = c$, то $a = b = c \geq \frac{1}{6}$. Условие, что каждая переменная < 1 соблюдается.

$\frac{1}{6} + \frac{1}{6} + \frac{1}{6} \leq \frac{1}{2}$; $\frac{1}{2} \leq \frac{1}{2}$ - верно.

ч.т.д.