

ОТКРЫТАЯ РЕГИОНАЛЬНАЯ МЕЖВУЗОВСКАЯ ОЛИМПИАДА
ВУЗОВ ТОМСКОЙ ОБЛАСТИ «ОРМО»

020420

Шифр

ТИТУЛЬНЫЙ ЛИСТ
заключительного этапа

1.	Предмет	МАТЕМАТИКА																					
2.	Вариант	1																					
3.	Класс	9																					
4.	Фамилия	Ш	А	Г	А	М	Б	А	Е	В													
	Имя	Д	А	Р	Х	А	Н																
	Отчество	Д	С	К	А	Р	О	В	И	Ч													
5.	Дата рождения	0	6			0	8			2	0	0	4										
		Число				Месяц				Год													
6.	Регион (пр: Томская обл., Алтайский край)	Алматы																					
7.	Вид муниципального образования (пр: село, город, пгт, деревня)	Город																					
8.	Населенный пункт (пр: Томск, Кемерово, Асино)	Алматы																					
9.	Полное наименование образовательного учреждения, в котором Вы обучаетесь	КГУ лицей №166																					

Даю согласие на обработку моих персональных данных и информирование меня посредством sms и e-mail о моих результатах и всех дальнейших мероприятиях, связанных с олимпиадой

Личная подпись (Ш)

10.	Контактный телефон	8	7	0	8	9	2	9	7	8	9	8											
11.	e- mail	shagambayeva@gmail.com																					
12.	Профиль в вк	https://vk.com/																					
13.	Документ, удостоверяющий личность					серия				1				0	8	5	2	6	9	номер			
		Управление Юстиции Акуловского района Сумба №																					
		кем и когда выдан																					
17-08-2014																							
кем и когда выдан																							
14.	Из числа лиц с ограниченными возможностями по здоровью (инвалид) (да/нет)	нет																					
15.	Сирота (да/нет)	нет																					
16.	Победитель или призер олимпиады прошлого года (да/нет)	нет																					

Открытая региональная межвузовская олимпиада вузов Томской области (ОРМО)

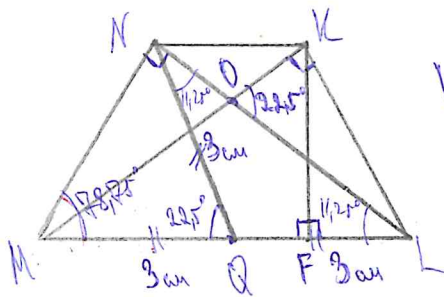
Общий балл	Дата	Ф.И.О. членов жюри	Подписи членов жюри
19	16.03.20	Лавриченко П.Е.	<i>Лавриченко</i>

Доказать: $a+b+c \geq a\sqrt{bc} + b\sqrt{ca} + c\sqrt{ab}$.

По ~~неравенству~~ неравенству Коши: $a+b \geq 2\sqrt{ab}$
 $a+b+c \geq 2\sqrt{ab} + c$
 $b+c \geq 2\sqrt{bc}$.

Сложим: $2(a+b+c) \geq 2(a\sqrt{bc} + b\sqrt{ca} + c\sqrt{ab})$
 $a+b+c \geq a\sqrt{bc} + b\sqrt{ca} + c\sqrt{ab}$ ✓

75



h - ? см

М.Т.Г.

ΔMNL - равнобедренный \Rightarrow медиана $=$ высота $=$ биссектриса $=$ $NQ = MQ = OL$
 Решение: $\angle LOK$ - внешний угол $\Delta MOL = \angle MLN = \frac{1}{2} \angle LOM$

$= 11,25^\circ \Rightarrow \text{т.к. } \Delta NQO \sim \Delta OLF \Rightarrow \angle QLN = \angle OML = 11,25^\circ$
 $\Rightarrow \angle MQN = 2 \cdot \angle QLN = 22,5^\circ$ ✓

3) $\cos 45^\circ = \frac{\sqrt{2}}{2}$; $\cos 45^\circ = 2 \cos^2 22,5^\circ - 1$ ✓
 $2 \cos^2 22,5^\circ - 1 = \frac{\sqrt{2}}{2}$
 $2 \cos^2 22,5^\circ = \frac{\sqrt{2} + 2}{2}$ ✓

$\cos 22,5^\circ = 0,5 \sqrt{\sqrt{2} + 2}$ ✓

4) По т. косинусов: $MN = \sqrt{18 - 18 \cdot \cos 45^\circ}$
 $= 3\sqrt{2 - \sqrt{2}}$ ✓

5) Рассмотрим S_{MNL} : $S_{MNL} = \frac{h \cdot ML}{2} = \frac{MN \cdot ML \cdot \sin 45^\circ}{2}$

$$\frac{h \cdot ML}{2} = \frac{MN \cdot ML \cdot \sin 45^\circ}{2}$$

$$h = MN \cdot \sin 45^\circ$$
 ✓

$$h = 3\sqrt{2 - \sqrt{2}} \cdot \sin 45^\circ \text{ см}$$
 ✓

65

2) v_1 - вниз
 v_2 - вверх

$$\frac{1}{3} \frac{v_1}{v_2 - v_1} = \frac{v_1}{v_2}$$

3) $g(x) = mx^2 + nx + k$ $g(k) = mk^2 + nk + k$ $g(\frac{1}{m}) = \frac{1}{m} + \frac{n}{m} + k$

Решение: $g(k)$ и $g(\frac{1}{m})$ имеют разные знаки, тогда пусть $g(k) < 0$, а $g(\frac{1}{m}) > 0$, тогда

$mk^2 + nk + k < 0$; $\frac{1}{m} + \frac{n}{m} + k > 0$. ~~то есть~~ Докажем, что x_1, x_2 имеют одинаковые знаки

тогда по Теореме Виета $x_1 x_2 = k$, значит $k > 0$, а т.к. $k(mk + n) < 0$ следовательно:

$mk + n < 0$, а $\frac{1}{m} + \frac{n}{m} + k > 0$, умножив последнее на m , получим $mk + n > 0$, это невозможно, т.к. $mk + n < 0$, значит $m < 0$. Рассмотрим варианты когда оба корня меньше или больше нуль:

Если $x_1, x_2 > 0$, то по Теореме Виета $x_1 + x_2 = -n$ следует, что $n < 0$. Аналогично если

$x_1, x_2 < 0$, то $n > 0$. Теперь мы имеем варианты: 1) $m < 0; k > 0; x_1, x_2 > 0; n < 0;$ 2) $m < 0; k > 0; x_1, x_2 < 0; n > 0;$

Рассмотрим дискриминанты для этих случаев:

38

1) I) $\frac{-n + \sqrt{D}}{2m} > 0$
II) $\frac{-n - \sqrt{D}}{2m} < 0$
2) I) $\frac{-n + \sqrt{D}}{2m} < 0$
II) $\frac{-n - \sqrt{D}}{2m} > 0$

Во всех случаях

получается, что x_1, x_2 имеют разные знаки, это противоречит условию, следовательно x_1, x_2 имеют разные корни и не могут иметь одинаковых корней.

1) $[x] + \{2x\} = 2,5$ $x = [x] + \{x\}$

~~Решение: $[x] = x - \{x\} \Rightarrow$ подставим: $x + \{x\} = 2,5$~~

$[x] + \{2x\} = 2,5$. Следовательно $\{x\} + \{x\} = 0,5$ или $\{x\} + \{x\} = \overline{0,5}$.

1) $\{2x\} = 0,5 \Rightarrow \{x\} = 0,25 \Rightarrow [x] = 2 \Rightarrow x = 2,25 \checkmark$

2) $\{2x\} = \overline{0,5} \Rightarrow \{x\} = 0,75 \Rightarrow [x] = 1 \Rightarrow x = 1,75$

3