ТКРЫТАЯ РЕГИОНАЛЬНАЯ МЕЖВУЗОВСКАЯ ОЛИМПИАДА «ОРМО»

07338

Шифр

ТИТУЛЬНЫЙ ЛИСТ
заключительного этапа

мет	МАТЕМАТИКА
нт	1
	11
лия	ШАДРОВ
	АЛЕКСАНДР
тво	ВЛАДИМИРОВИЧ
рождения	17 (Число) 12 (Месяц) 2005 (Год)
а	РОССИЯ
я (пр: Томская обл., инградская область)	КЕМЕРОВСКАЯ ОБЛАСТЬ
ниципального образования (, деревня, село, город)	ГОРОД
енный пункт (пр: Томск, ово, Псков)	КЕМЕРОВО
е наименование вательного учреждения, ром Вы обучаетесь в е время	~~МАОУ СОШ~~ Средняя школа № 14 Муниципальное Автономное общеобразовательное учреждение

асие на обработку моих персональных данных и информирование меня посредством sms и e–mail зультатах и всех дальнейших мероприятиях, связанных с олимпиадой

Личная подпись Шадр

Шифр 07338

Открытая региональная межвузовская олимпиада вузов Томской области (ОРМО)

Общий балл	Дата	Ф.И.О. членов жюри	Подписи членов жюри
14		Емельянова	Ем

1	2	3	4	5	Σ
7	3	4	-	-	14

№1 $2x^2+2x^2z^2+z^2+7y^2-42y+33=0$

$2x^2+2x^2z^2+z^2=-7y^2+42y-33$

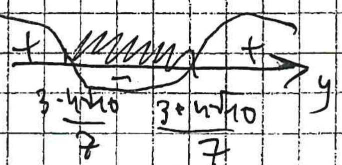
~~правая часть выражения~~ ≥ 0 всегда (сумма положительных чисел

$\Rightarrow -7y^2+42y-33 \geq 0 \quad |\cdot -1$

$7y^2-42y+33 \leq 0$

~~D=640~~ $D=1764-924=840$

$y_{1,2}=\dfrac{21\pm 4\sqrt{10}}{7}=3\pm\dfrac{4\sqrt{10}}{7}$



Неравенству $3-\dfrac{4\sqrt{10}}{7}\leq y\leq 3+\dfrac{4\sqrt{10}}{7}$ удовлетворяют $y=1;2;3;4;5$

при $y=1$ и $y=5$ уравнение принимает вид

$2x^2+2x^2z^2+z^2=2$

$x^2(2+2z^2)+z^2=2$

$x^2=\dfrac{2-z^2}{2+2z^2}$, т.к. $x^2\geq 0$ и $2+2z^2>0$, тогда z может быть $0;\pm 1$

при $z=0$ $x^2=\dfrac{2}{2}=1$; $x=\pm 1$

при $z=1$ $x^2=\dfrac{1}{4}$ $x=\pm\frac{1}{2}$ | решения $x=1;z=0;y=1$; $x=1;z=0;y=5$; $x=-1;z=0;y=1$; $x=-1;z=0;y=5$

при $y=2$ и $y=4$:

$x^2=\dfrac{23-z^2}{2+2z^2}$, откуда z может быть $0;\pm 1;\pm 2;\pm 3;\pm 4$

при $z=0$ $x^2=\dfrac{23}{2}$, $x=\pm\sqrt{\dfrac{23}{2}}$; при $z=\pm 1$ $x^2=\dfrac{22}{4}$, $x=\pm\dfrac{\sqrt{22}}{2}$; при $x=\pm 2$ $x^2=\dfrac{19}{10}$, $x=\pm\dfrac{\sqrt{19}}{\sqrt{10}}$; при $x=\pm 3$ $x^2=\dfrac{14}{20}$ $x=\pm\sqrt{\dfrac{14}{20}}$

при $x=\pm 4$

$x^2=\dfrac{7}{34}$; $x=\pm\dfrac{\sqrt{7}}{\sqrt{34}}$. решений нет

при $y=3$

$x^2=\dfrac{30-z^2}{2+2z^2}$, откуда z может быть $0;\pm 1;\pm 2;\pm 3;\pm 4;\pm 5$

при $z=0$ $x^2=15$; $x=\pm\sqrt{15}$

при $z=\pm 1$ $x^2=\frac{29}{4}$; $x=\pm\frac{\sqrt{29}}{2}$

при $z=\pm 2$ $x^2=\frac{26}{16}$; $x=\pm\frac{\sqrt{26}}{\sqrt{16}}$

при $z=\pm 3$ $x^2=\frac{21}{20}$; $x=\pm\frac{\sqrt{21}}{\sqrt{20}}$

при $z=\pm 4$ $x^2=\frac{14}{34}$; $x=\pm\frac{\sqrt{14}}{\sqrt{34}}$

при $z=\pm 5$ $x^2=\frac{5}{52}$; $x=\pm\frac{\sqrt{5}}{\sqrt{52}}$ | решений нет

Ответ: $x=1$; $z=0$; $y=1$
$x=-1$; $z=0$; $y=1$
$x=1$; $z=0$; $y=5$
$x=-1$; $z=0$; $y=5$.

№2 $2^{\lg(x^2-2023)} - \lg(2^{x^2-2022}) = 0$

для удобства $t=x^2-2023$ при этом т.к. $x^2-2023 \geq 0$, то $t\geq 0$, => при любом ~~значении~~ допустимом значении t, x будет иметь 2 корня

$2^{\lg(t)} = \lg(2^{t+1})$

$2^{\lg(t)} = (t+1)\cdot\lg 2 \quad | \lg()$

$\lg(2^{\lg t}) = \lg((t+1)\cdot\lg 2)$

$\lg t\cdot\lg 2 = \lg(t+1)+\lg(\lg(2))$

В силу того, что в полученном уравнении нет степеней или функций (например модуль) ~~которые раздавали бы решения~~, которые могут увеличивать кол-во решений, корень t будет один => корней у изначального уравнения два. Ответ: 2 корня.

№3 $\frac{2a}{3(b+c)} + \frac{2b}{3(a+c)} + \frac{2c}{3(a+b)} \geq 1$

$(a+c)(a+b)$ $(b+c)(a+b)$ $(a+c)(b+c)$ $3(a+b)(a+c)(b+c)$

$\frac{2a^3+2b^3+2c^3-a^2c-a^2b-b^2a-b^2c-c^2a-c^2b}{3(a+b)(a+c)(b+c)} \geq 0 \quad | \cdot 3(a+b)(a+c)(b+c) \geq 0$

т.к выражение >0 при $\forall a, \forall b, \forall c$

$a^2(2a+b-c)+b^2(2b-a-c)+c^2(2c-a-b) \geq 0$

при a^2, b^2 и c^2 всегда будет либо 1, либо 2 положительных коэффициента, при этом положительные коэффициенты будут располагаться при наибольших значениях среди a^2, b^2, c^2 => при 2 положительных коэф. выражение ≥ 0

Место для скобы

Шифр 07338

в случае, если $a=b=c$ то выражение $=0$

в случае, если ~~два коэффициента~~ $a=b$ и $a>c$, то выражение имеет 2 положительных коэффициента, $\Rightarrow \geq 0$

в случае, если $a=b$ и $a<c$, то выражение имеет один положительный коэффициент, но значение выражения ≥ 0 (т.к. квадрат большого числа умножается на больший коэффициент $c^2(2c-a-b)$, т.к. $2c$, и ~~[illegible]~~ произведение $c^2(2c-b-a)$ намного больше чем сумма двух других произведений

при $a > b > c$ выражение может иметь один или два положительных коэффициента $\Rightarrow \geq 0$.

нет, не все

Рассмотрены все случаи.