

Открытая региональная межвузовская олимпиада вузов Томской области (ОРМО)

Общий балл	Дата	Ф.И.О. членов жюри	Подписи членов жюри
24		Емельянова	Евсеев

1 2 3 4 5 Σ
3 3 7 7 4 24

№1

$$1! = 1$$

$$1! + 2! = 3$$

$$1! + 2! + 3! = 9$$

$$1! + 2! + 3! + 4! = 33$$

$$1! + 2! + 3! + 4! + 5! = 153$$

Ответ: $n = 1$ и $n = 3$

После 4! все остальные $n!$ будут оканчиваться на 3 (т.к. $4! + 2! + 3! + 4! = 33$ и оканчивается на 3) т.к. точная квадратов оканчиваемых на 3 нет $\Rightarrow n = 1$ и $n = 3$

№2

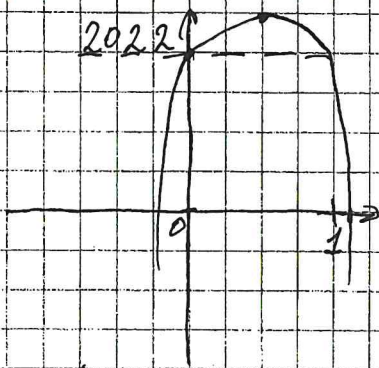
$$p(x) = (a+1)x^2 - (a+1)x + 2022$$

Рассмотрим значения $p(x)$ в точках 0 и 1

$$p(0) = (a+1) \cdot 0 - (a+1) \cdot 0 + 2022 = 2022 \Rightarrow p(0) = 2022$$

$$p(1) = (a+1) \cdot 1^2 - (a+1) \cdot 1 + 2022 = a+1 - a-1 + 2022 \Rightarrow p(1) = 2022$$

Теперь начертим график:



Но такого графика быть не может \nexists т.к. $(-a) - 2022 \leq p(x) \leq 2022$, а вершина превышает максимум \Rightarrow может быть только $(a+1) = 0$

$$(a+1) = 0$$

$a = -1 \Rightarrow$ это максимальное значение a

Ответ: $a = -1$

√3

$$\frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c} = \frac{bc + ac + ab}{abc}$$

$$\text{Т.к. } a^3 - 2022a + 1011 = 0$$

$$b^3 - 2022b + 1011 = 0$$

$$c^3 - 2022c + 1011 = 0$$

$$x^3 - 2022x + 1011 = 0$$

Мы знаем, что

решим уравнение

$$x^3 - 2022x + 1011 = (x-a)(x-b)(x-c)$$

$$(x-a)(x-b)(x-c) = (x^2 - bx - ax + ab)(x-c) = x^3 - x^2c - bx^2 + bcx - ax^2 + acx + abx - abc$$

Сгруппируем

$$x^3 - bx^2 - ax^2 - cx^2 + bcx + acx + abx - abc$$

Вынесем x^2 и x за скобки

$$x^3 - (b+a+c)x^2 + (bc+ac+ab)x - abc$$

Посмотрим на первоначальное уравнение и увидим:

$$\begin{cases} b+a+c=0 \\ bc+ac+ab=-2022 \\ -abc=1011 \Rightarrow abc=-1011 \end{cases}$$

$$\frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c} = \frac{bc+ac+ab}{abc} = \frac{-2022}{-1011} = 2$$

Ответ: 2

√4

$$(a^2 + b^2 + c^2)(x^2 + y^2 + z^2) \geq (ax + bz)^2 + (by + cx)^2 + (cz - ay)^2$$

$$(ax)^2 + (bx)^2 + (ay)^2 + (by)^2 + (bz)^2 + (cx)^2 + (cy)^2 + (cz)^2 \geq (ax)^2 + 2axbz + (bz)^2$$

$$+ (by)^2 + 2bycx + (cx)^2 + (cz)^2 - 2czay + (ay)^2$$

$$(ax)^2 + (bx)^2 + (cy)^2 = 2axbz + 2bycx - 2czay$$

$$ax = f$$

$$bx = m$$

$$cy = k$$

$$f^2 + m^2 + k^2 \geq 2fm + 2km - 2fk$$

$$(f - m - k)^2 = f^2 + m^2 + k^2 - 2fm - 2fk + 2mk$$

$$(f - m - k)^2 \geq 0$$

√5



Треугольник MLK - равнобедренный?

$$S_0 = \frac{1}{2}(x+y)$$

$$S_{MLK} = xy$$

Равно

$$S_{MLK} = 25$$

ML, MK = ?

$$\frac{y}{x} = \tan 30^\circ = \frac{\sqrt{3}}{3} \quad \frac{y}{x} = \frac{\sqrt{3}}{3} \cdot 25 \quad x = y$$

$$y^2 = \frac{y^2}{25} = \frac{\sqrt{3}}{3}$$

нет оснований!

$$3y^2 = 25\sqrt{3}$$

$$y = \frac{25\sqrt{3}}{3} = \frac{25}{\sqrt{3}}$$

$$y = \frac{25}{\sqrt{3}}$$

$$x = \frac{25\sqrt{3}}{5} = 5\sqrt{3}$$

$$2x = 10\sqrt{3}$$