Место для скобы

003812

Шифр

ОТКРЫТАЯ РЕГИОНАЛЬНАЯ МЕЖВУЗОВСКАЯ ОЛИМПИАДА ВУЗОВ ТОМСКОЙ ОБЛАСТИ «ОРМО»

ТИТУЛЬНЫЙ ЛИСТ
заключительного этапа

1.	Предмет	Математика
2.	Вариант	Вариант 1
3.	Класс	11
4.	Фамилия	САЙФУДИНОВА
	Имя	ЛЯЙСАН
	Отчество	МАКСУРОВНА
5.	Дата рождения	Число: 06; Месяц: 10; Год: 2004
6.	Страна	Россия
7.	Регион *(пр: Томская обл., Алтайский край)*	Санкт - Петербург
8.	Вид муниципального образования *(пр: село, город, пгт, деревня)*	город
9.	Населенный пункт *(пр: Томск, Кемерово, Псков)*	Санкт-Петербург
10.	Полное наименование образовательного учреждения, в котором Вы обучаетесь	ГБОУ СОШ №292

Даю согласие на обработку моих персональных данных и информирование меня посредством sms и e–mail о моих результатах и всех дальнейших мероприятиях, связанных с олимпиадой

Личная подпись ________

Место для скобы

Шифр 003812

Открытая региональная межвузовская олимпиада вузов Томской области (ОРМО)

Общий балл	Дата	Ф.И.О. членов жюри	Подписи членов жюри
17	31.03.21	Коряжина Е.Е.	

Вариант 1.

1	2	3	4	5	Σ
5	5	3	4	0	17

① Рассмотрим число $x - \frac{1}{x}$, $x \neq 0$

$$x - \frac{1}{x} = \frac{x^2-1}{x} = \frac{(x-1)(x+1)}{x}$$

Числитель представляет собой произведение 2х чисел: одно является числом на 1 меньшим знам., второе – на 1 больше.

Получаем три последовательных числа: $x-1$; x; $x+1$
~~у посл. чисел (в нашем случае, трех) не будет~~ очевидно, что, кроме 1, общих делителей у пар чисел $\{x-1, x\}$ и $\{x+1, x\}$ нет, а значит числитель разделится нацело на знаменатель (что, собственно, и необходимо для того, чтобы $x - \frac{1}{x} = \frac{(x-1)(x+1)}{x} \in \mathbb{Z}$) лишь в случае $x=1$.

Подставим $x=1$ в Iое число списка: $\frac{1}{1} + \frac{1}{1+2021} = 1 +$ *нецелое число*
т.е. одновременно (при одном значении x) даже 2 числа не могут быть целыми, а уж три и подавно.

Ответ: нет

Место для скобы

Шифр 003812

№4.

$$\frac{x^3}{a+\sqrt[3]{2020^4}x}+\frac{\sqrt[3]{2020^4}\cdot x}{a+x^3}\le\frac{3}{2}-\frac{a}{x(x^2+\sqrt[3]{2020^4})}$$

$a>0$, x требуется положительный, с этой позиции и будут осуществлять дальнейшие рассуждения

Оценим левую часть: $\frac{x^3>0}{\underset{>0}{a}+\sqrt[3]{2020^4}\underset{>0}{x}>0}$ → число ~~как минимум~~ не отрицательное, а нулю быть равно тоже не может ⇒ оно положительное

$\frac{\sqrt[3]{2020^4}\cdot x>0}{\underset{>0}{a}+\underset{>0}{x^3}}$ ⇒ аналогично положительное.

Выходит, в левой части скрывалась сумма двух положительных чисел, что позволяет сделать следующий вывод:

$$0<\frac{x^3}{a+\sqrt[3]{2020^4}x}+\frac{\sqrt[3]{2020^4}x}{a+x^3}\le\frac{3}{2}-\frac{a}{x(x^2+\sqrt[3]{2020^4})}$$

т.е. для начала следует ~~решить~~ отметить ~~след~~ вот, что:

$$0<\frac{3}{2}-\frac{a}{x(x^2+\sqrt[3]{2020^4})}$$

$$\cancel{2a<}\ \frac{3x(x^2+\sqrt[3]{2020^4})-2a}{\underset{>0}{x}(\underset{>0}{x}+\underset{>0}{\sqrt[3]{2020^4}})}>0$$

$$2a<3x(x+\sqrt[3]{2020^4})$$

Г! Если в исходное у-е подставить $x=\sqrt[3]{2020^4}$, то a получится равным 2020.

Так что наш минимум при $a=2020$

Страница

Место для скобы

Шифр 003812

№3. Ответ: нет.

$$f(x) = x^n + 5x^{n-1} + 3, \quad n \in \mathbb{Z}, \; n > 1.$$

$$f'(x) = nx^{n-1} + 5(n-1)x^{n-2} = x^{n-2}(nx + 5(n-1)) =$$

Поскольку в изн. записи $f(x)$ фигурировали степени n и $n-1$, то основание (т.е. x) не может быть отрицательным. (Допустим, n - четное, и тогда x^n требует $x \geq 0$, или же пусть n - нечет., тогда уже x^{n-1} подразумевает неотрицательность x.

В выражении $x^{n-2}(nx+5(n-1))$ имеем $x^{n-2} \geq 0$, а также $nx + 5(n-1)$, где $n-1>0$ (по усл. $n>1$) $\Rightarrow \underset{1\ 0}{nx} + \underset{0}{5(n-1)} > 0$

Значит, $f(x) \uparrow$ на $\mathbb{R}$

При этом сама $f(x) = \underset{0}{x^n} + \underset{0}{5x^{n-1}} + \underset{0}{3} > 0 \Rightarrow$ если её и можно разложить на множители в соответствии со всеми условиями, то это будут множители вида $(x^{2k} + b)$, где $k>0$, $k \in \mathbb{Z}$, $b>0$ при перемножении этих скобок будет получаться ~~[illegible]~~ выражение с „перепадом" степеней x в кратное двойке число (пример: $ax^4 + bx^2 \dots$) Но исходная функция между тем представляет собой немного иное: $x^n + 5x^{n-1}$. Очевидно, что n и $n-1$ различаются на 1, а $1 \not\vdots 2$.

ч.т.д.

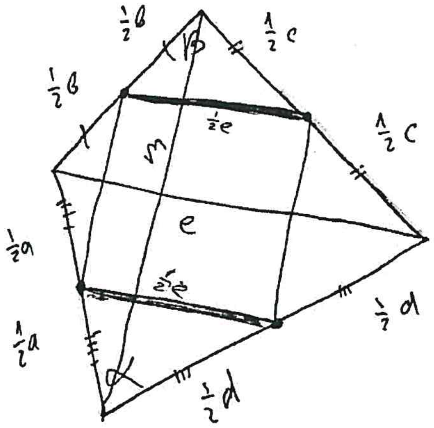
Ответ: нет

Место для скобы

Шифр

№5.

Соединим середины смежных стор чет-ка. По т Вариньона, получившаяся фигура — параллелограм.



$c+a+e=16$

$$e^2 = a^2 + d^2 - 2ad \cdot \cos\alpha$$

$$e^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cdot \cos\beta$$

$$S = 32 = \frac{b \cdot c \cdot \sin\beta}{2} = \frac{ad \cdot \sin\alpha}{2}$$

$$e^2 = a^2 + d^2 - 2 \cdot 64 ctg\alpha$$

↓ m

вторая диагональ

?

Ответ: 4

Страница

Место для скобы

Шифр

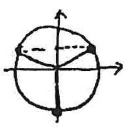
№2.

$$\sin x + \sin^3 x + 2020\cdot\sin^5 x = \cos(2x) + \cos^3(2x) + 2020\cdot\cos^5(2x)$$

Сложно не заметить абсолютную симметричность правой и левой частей, которая наталкивает на мысль о том, что ~~[illegible]~~ ~~[illegible]~~ ~~[illegible]~~. решение у-я $\sin x = \cos 2x$ и будет искомым.

Решим же это стандартное уравнение:

$$\sin x = \cos 2x$$
$$\sin x = 1 - 2\sin^2 x$$



$$2\sin^2 x + \sin x - 1 = 0$$
$$2\sin^2 x + 2\sin x - \sin x - 1 = 0$$
$$2\sin x(\sin x + 1) - (\sin x + 1) = 0$$
$$(2\sin x - 1)(\sin x + 1) = 0$$

Безусловно, к этому можно было прийти более обоснованным и логичным оправданным путем:

$$(\sin x - \cos 2x) + (\sin^3 x - \cos^3(2x)) + (2020\sin^5 x - 2020\cos^5 2x) = 0$$

$$\left[\begin{array}{l} 2\sin x = 1 \\ \sin x = -1 \end{array}\right. \qquad \left[\begin{array}{l} \sin x = \frac{1}{2} \\ \sin x = -1 \end{array}\right. \qquad \left[\begin{array}{l} x = \frac{5\pi}{6} + 2\pi k, k\in\mathbb{Z} \\ x = \frac{\pi}{6} + 2\pi n, n\in\mathbb{Z} \\ x = \frac{3\pi}{2} + 2\pi m, m\in\mathbb{Z} \end{array}\right.$$

В сущности, эти способы являются лишь разными представлениями одного решения:

$$(\sin x - \cos 2x) + (\sin x - \cos 2x)(\sin^2 x + \sin x\cos x + \cos^2 2x) + (\sin x - \cos 2x)(\sin^4 x + \ldots\ldots + \cos^4 2x) = 0$$

При вынесении общего множителя $(\sin x - \cos 2x)$ за скобку мы получим второй множитель $(1 + \sin^2 x + \ldots\ldots + \cos^4 2x)$, а произведение этих множителей дает 0. Отсюда вывод: либо первый мн-ль, либо второй (либо оба) равны 0. Однако вт. мн-ль в ноль не обратится ни ~~в как~~ при каком x, потому как и sin, и cos ограничены ~~[illegible]~~ промежутком $[-1;1]$, и это и будет являться одной из основных причин, по которым большущее выражение под скобками нулем быть не может.

Вот и остается $\sin x - \cos 2x = 0$.

Ответ:
$$x = \left[\begin{array}{l} \frac{5\pi}{6} + 2\pi k, k\in\mathbb{Z} \\ \frac{\pi}{6} + 2\pi n, n\in\mathbb{Z} \\ \frac{3\pi}{2} + 2\pi m, m\in\mathbb{Z} \end{array}\right.$$

??

±

Страница