Место для скобы

ОТКРЫТАЯ РЕГИОНАЛЬНАЯ МЕЖВУЗОВСКАЯ ОЛИМПИАДА ВУЗОВ ТОМСКОЙ ОБЛАСТИ «ОРМО»

004251

Шифр

ТИТУЛЬНЫЙ ЛИСТ
заключительного этапа

1.	Предмет	математика
2.	Вариант	2
3.	Класс	11
4.	Фамилия	САВВИНОВ
	Имя	КИРИЛЛ
	Отчество	НИКОЛАЕВИЧ
5.	Дата рождения	05 (Число) 06 (Месяц) 2003 (Год)
6.	Страна	Российская Федерация
7.	Регион *(пр: Томская обл., Алтайский край)*	республика Саха (Якутия)
8.	Вид муниципального образования *(пр: село, город, пгт, деревня)*	город
9.	Населенный пункт *(пр: Томск, Кемерово, Псков)*	Якутск
10.	Полное наименование образовательного учреждения, в котором Вы обучаетесь	ГБНОУ РС(Я) „РЛИ"

Даю согласие на обработку моих персональных данных и информирование меня посредством sms и e–mail о моих результатах и всех дальнейших мероприятиях, связанных с олимпиадой

Личная подпись Скирил

Место для скобы

Шифр 004251

Открытая региональная межвузовская олимпиада вузов Томской области (ОРМО)

Общий балл	Дата	Ф.И.О. членов жюри	Подписи членов жюри
17б	6.04.21	Гендрико И.Ю.	[подпись]

Задача №1.

Рассмотрим $x-\frac{1}{x}$: $x-\frac{1}{x}=\frac{x^2-1}{x}=\frac{(x-1)(x+1)}{x}\Rightarrow$

Если это число должно быть целым, то либо $(x-1)\vdots x$, либо $(x+1)\vdots x$ =

Это ~~взаимно простые~~ будут соседние числа, при целых x, $\Rightarrow$ $\boxed{x=1}$ - единственное решение. $\Rightarrow$ $\frac{1}{x}-\frac{1}{x^2+2020}\notin \mathbb{Z}$. Рассмотрим случай когда x - нецелое. $\Rightarrow$ $\frac{(x-1)(x+1)}{x}$ Очевидно, что при иррациональных x - решений нет. $\Rightarrow$ пусть $x=\frac{m}{k}$ (рациональное) $m\not\vdots k$. $\Rightarrow$

7б

$x-\frac{1}{x}=\frac{m}{k}-\frac{k}{m}=\frac{(m-k)(m+k)}{mk}$ - эта дробь нецелая т.к. ~~$(m-k)$~~ $\%mk=$ $(m-k)\not\vdots mk$ и $(m+k)\not\vdots mk$. т.к. ~~...~~ НОД$(m,k)=1$. $\Rightarrow$

таких чисел нет.

1	2	3	4	5
7	6	3	0	1

Задача №2.

$\sin x+\sin^3x+\sin^5(x)\cdot 2021=\cos 2x+\cos^3(2x)+2021\cdot\cos^5(2x)$ $\Leftrightarrow$

$(\sin x-\cos(2x))+(\sin^3x-\cos^3(2x))+(\sin^5x-\cos^5(2x))=0$. Пусть $\sin x>\cos 2x$. $\Rightarrow$

$\sin x-\cos 2x>0$; $\sin^3x-\cos^3 2x>0$; $\sin^5x-\cos^5 2x>0$ $\Rightarrow$ такое невозможно т.к. $(\sin x-\cos 2x)+(\sin^3x-\cos^3 2x)+(\sin^5x-\cos^5 2x)>0$. Аналогично при $\sin x<\cos 2x$ $(\sin x-\cos 2x)+(\sin^3x-\cos^3 2x)+(\sin^5x-\cos^5 2x)<0$. $\Rightarrow$ $\sin x=\cos 2x$.

Отсут. обосн.
6б

$\sin x = \cos 2x \Leftrightarrow 2\sin^2 x + \sin x - 1 = 0 \Leftrightarrow D = 1 + 8 = 9. \Rightarrow$

$\sin x = \frac{-1 \pm 3}{4} = \left[\begin{array}{l} -1 \\ \frac{1}{2} \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = -\frac{\pi}{2} + 2\pi k \\ x = \frac{\pi}{6} + 2\pi k. \\ x = \frac{5\pi}{6} + 2\pi k \end{array}\right.$

Ответ: $x = -\frac{\pi}{2} + 2\pi k$

$x = \frac{\pi}{6} + 2\pi k$

$x = \frac{5\pi}{6} + 2\pi k$ $\quad k \in \mathbb{Z}$.

Задача №3.

$p(t) = t^n + 5t^{n-1} + 3$. Рассмотрим $n = 2$: $t^2 + 5t + 3 = 0$.

$D = 25 - 12 = 13 \Rightarrow t_{1,2} = \frac{-5 \pm \sqrt{13}}{2} \Rightarrow t^2 + 5t + 3 = \left(t - \left(\frac{-5+\sqrt{13}}{2}\right)\right)\left(t + \left(\frac{-5-\sqrt{13}}{2}\right)\right)$

Заметим, что такое разложение единственно, т.к. $\left\{\begin{array}{l} x_1 x_2 = c \\ x_1 + x_2 = -b \end{array}\right.$ — эта

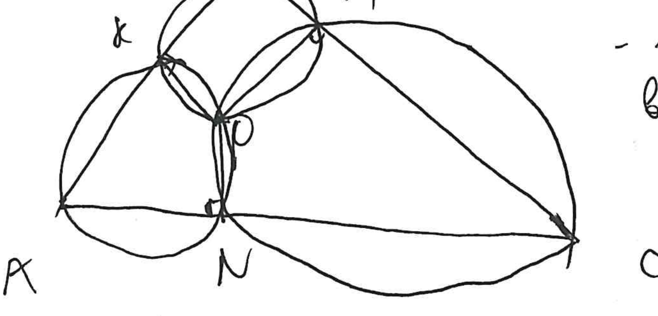
система имеет 2 симметричные решения.

3 б

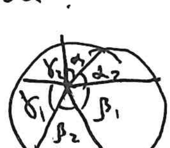
нет обоснования для $n > 2$.

Ответ: нельзя, пример показан при $n = 2$

Задача №5.



Заметим, что $KBMP$, $KPNA$, $PMCN$ — вписанные четырехугольники (сумма противоположных углов 180°) $\Rightarrow$ Задача сводится к: K такой:



$\min(\operatorname{tg}\alpha_1 + \operatorname{tg}\alpha_2 + \operatorname{tg}\beta_1 + \operatorname{tg}\beta_2 + \operatorname{tg}\gamma_1 + \operatorname{tg}\gamma_2)$.

1 б