

ОТКРЫТАЯ РЕГИОНАЛЬНАЯ МЕЖВУЗОВСКАЯ ОЛИМПИАДА «ОРМО»
 ТИТУЛЬНЫЙ ЛИСТ
 заключительного этапа

07439

Шифр

лет	МАТЕМАТИКА														
инт	1														
	10 И														
пия	С	А	В	И	Н	К	И	Н	А						
	В	И	К	Т	О	Р	И	Я							
тво	Е	В	Г	Е	Н	Ь	Е	В	Н	А					
ожждения	1	7			0	5			2	0	0	6			
	Число						Месяц		Год						
а	р 90														
н (пр: Томская обл., инградская область)	Новосибирская область														
ниципального образования и, деревня, село, город)	Город														
енный пункт (пр: Томск, ово, Псков)	Карасук														
е наименование вательного учреждения, ром Вы обучаетесь в е время	МБОУ Технический лицей №176 Карасукского района Новосибирской области														

Я даю согласие на обработку моих персональных данных и информирование меня посредством sms и e-mail о результатах и всех дальнейших мероприятиях, связанных с олимпиадой

Личная подпись Савиц

1/2/3/4/5
7/0/5/7/0

Шифр

07439

Открытая региональная межвузовская олимпиада вузов Томской области (ОРМО)

Общий балл	Дата	Ф.И.О. членов жюри	Подписи членов жюри
195	30.03.23	Генералов	

N 4

$$x^2 + p \cdot x - \frac{1}{2p^2}$$

$$x_1 + x_2 = -p, \quad x_1 \cdot x_2 = \frac{1}{2p^2} \text{ (по теореме Виета)}$$

$$\begin{aligned} x_1^4 + x_2^4 &= (x_1^2 + x_2^2)^2 - 2(x_1 x_2)^2 = \left((x_1 + x_2)^2 - 2x_1 x_2 \right)^2 - 2(x_1 x_2)^2 = \left((-p)^2 - \right. \\ &- 2 \cdot \left. \left(\frac{-1}{2p^2} \right) \right)^2 - 2 \cdot \frac{1}{4p^4} = \left(p^2 + \frac{1}{p^2} \right)^2 - \frac{1}{2p^4} = p^4 + 2p^2 \cdot \frac{1}{p^2} + \frac{1}{p^4} - \\ &- \frac{1}{2p^4} = p^4 + 2 + \frac{1}{p^4} - \frac{1}{2p^4} = p^4 + \frac{1}{2p^2} + 2 \end{aligned}$$

$$p^4 + \frac{1}{2p^2} + 2 \geq 2 + \sqrt{2}$$

Докажем, что $p^4 + \frac{1}{2p^2} \geq \sqrt{2}$

$$\begin{aligned} \text{рассмотрим разность: } p^4 + \frac{1}{2p^2} - \sqrt{2} &= (p^2)^2 + \frac{1}{(\sqrt{2}p^2)^2} - 2p^2 \cdot \frac{1}{\sqrt{2}p^2} = \\ &= \left(p^2 - \frac{1}{\sqrt{2}p^2} \right)^2 \geq 0 \quad \text{чт.д.} \end{aligned}$$

$$\text{тогда } p^4 + \frac{1}{2p^2} + 2 \geq 2 + \sqrt{2}$$

чт.д.

N 1

$$y^2(y - x + 2) - y(x + 4) + 5x + 7 = 0$$

$$y^3 - xy^2 + 2y^2 - xy - 4y + 5x + 7 = 0$$

$$y^3 + 2y^2 - 4y + 7 = xy^2 + xy - 5x$$

$$y^3 + 2y^2 - 4y + 7 = x(y^2 + y - 5)$$

$$x = \frac{y^3 + 2y^2 - 4y + 7}{y^2 + y - 5}$$

$$\begin{array}{r} y^3 + 2y^2 - 4y + 7 \mid y^2 + y - 5 \\ \underline{y^3 + y^2 - 5y} \\ y^2 + y + 7 \\ \underline{y^2 + y - 5} \\ (12) \end{array}$$

т.к. x и y — это целые числа, то $12: (y^2 + y - 5) \Rightarrow z = \pm 1; \pm 2; \pm 3; \pm 4; \pm 6; \pm 12$

Рассмотрим квадратное уравнение и определим те, в которых дискриминант является полным квадратом числа

$$\begin{aligned} 1) \quad y^2 + y - 5 &= 1 \\ y^2 + y - 5 - 1 &= 0 \\ y^2 + y - 6 &= 0 \\ D &= 1 - 4 \cdot (-6) = 25 \end{aligned}$$

$$y_1 = \frac{-1 - 5}{2} = \frac{-6}{2} = -3$$

$$y_2 = \frac{-1 + 5}{2} = \frac{4}{2} = 2$$

$$\begin{aligned} 2) \quad y^2 + y - 5 &= -1 \\ y^2 + y - 4 &= 0 \\ D &= 1 - 4 \cdot (-4) = 17 \text{ (не квадрат)} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 3) \quad y^2 + y - 5 &= 2 \\ y^2 + y - 7 &= 0 \\ D &= 1 - 4 \cdot (-7) = 29 \text{ (не квадрат)} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 4) \quad y^2 + y - 5 &= -2 \\ y^2 + y - 3 &= 0 \\ D &= 1 - 4 \cdot (-3) = 13 \text{ (не квадрат)} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 5) \quad y^2 + y - 5 &= 3 \\ y^2 + y - 8 &= 0 \\ D &= 1 - 4 \cdot (-8) = 33 \text{ (не квадрат)} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 6) \quad y^2 + y - 5 &= -3 \\ y^2 + y - 2 &= 0 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 7) \quad y^2 + y - 5 &= 4 \\ y^2 + y - 9 &= 0 \\ D &= 1 - 4 \cdot (-9) = 37 \text{ (не квадрат)} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 8) \quad y^2 + y - 5 &= -4 \\ y^2 + y - 1 &= 0 \\ D &= 1 - 4 \cdot (-1) = 5 \text{ (не квадрат)} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 9) \quad y^2 + y - 5 &= 6 \\ y^2 + y - 11 &= 0 \\ D &= 1 - 4 \cdot (-11) = 45 \text{ (не квадрат)} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 10) \quad y^2 + y - 5 &= 6 \\ y^2 + y + 1 &= 0 \\ D &= 1 - 4 \cdot 1 = -3 \text{ (не квадрат)} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 11) \quad y^2 + y - 5 &= 12 \\ y^2 + y - 17 &= 0 \\ D &= 1 - 4 \cdot (-17) = 69 \text{ (не квадрат)} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 12) \quad y^2 + y - 5 &= -12 \\ y^2 + y + 7 &= 0 \\ D &= 1 - 4 \cdot 7 = -27 \text{ (не квадрат)} \end{aligned}$$

$$D = 1 - 4(-2) = 9$$

$$y_3 = \frac{-1+3}{2} = \frac{-4}{2} = -2$$

$$y_4 = \frac{-1-3}{2} = \frac{-4}{2} = -2$$

$$\text{при } y_1 = -3; x_1 = \frac{(-3)^3 + 2(-3)^2 - 4(-3) + 7}{(-3)^2 + (-3) - 5} = \frac{-27 + 18 + 12 + 7}{9 - 8} = 10$$

$$\text{при } y_2 = 2; x_2 = \frac{2^3 + 2 \cdot 2^2 - 4 \cdot 2 + 7}{2^2 + 2 - 5} = \frac{8 + 2 \cdot 4 - 8 + 7}{4 - 3} = 15$$

$$\text{при } y_3 = 1; x_3 = \frac{1^3 + 2 \cdot 1^2 - 4 \cdot 1 + 7}{1^2 + 1 - 5} = \frac{1 + 2 - 4 + 7}{1 + 1 - 5} = \frac{6}{-3} = -2$$

$$\text{при } y_4 = -2; x_4 = \frac{(-2)^3 + 2 \cdot (-2)^2 - 4 \cdot (-2) + 7}{(-2)^2 - 2 - 5} = \frac{-8 + 8 + 8 + 7}{4 - 7} = -5$$

Ответ: $(10; -3); (15; 2); (-2; 1); (-5; -2)$

№3

$$\frac{a+b-c}{2c} + \frac{b+c-a}{2a} - \frac{a+c-b}{2b} = \frac{1}{2} \left(\frac{a}{c} + \frac{b}{c} - \frac{1+b}{a} + \frac{c}{a} - \frac{1+c}{b} + \frac{c}{b} - \right)$$

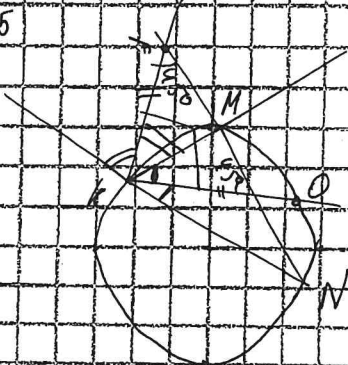
$$-1) = \frac{1}{2} \left(\left(\frac{a}{c} + \frac{c}{a} \right) + \left(\frac{b}{a} + \frac{a}{b} \right) + \left(\frac{b}{c} + \frac{c}{b} \right) - 3 \right)$$

т.к. $\frac{a}{c} + \frac{c}{a} \geq 2$, $\frac{b}{a} + \frac{a}{b} \geq 2$, $\frac{b}{c} + \frac{c}{b} \geq 2$; то $\frac{1}{2} \left(\frac{a}{c} + \frac{c}{a} \right) + \frac{b}{a} +$

$$\frac{a}{b} + \left(\frac{b}{c} + \frac{c}{b} \right) - 3 \geq \frac{1}{2} (2 + 2 + 2 - 3) \geq \frac{3}{2}$$

4т.г.

№5



т.к. биссектриса двух смежных углов, то угол между биссектрисами $90^\circ = \angle FQO$