Место для скобы

ОТКРЫТАЯ РЕГИОНАЛЬНАЯ МЕЖВУЗОВСКАЯ ОЛИМПИАДА ВУЗОВ ТОМСКОЙ ОБЛАСТИ «ОРМО»

020118

Шифр

ТИТУЛЬНЫЙ ЛИСТ
заключительного этапа

1.	Предмет	математика
2.	Вариант	1
3.	Класс	11
4.	Фамилия	САМОЙЛОВ
	Имя	МАКСИМ
	Отчество	СЕРГЕЕВИЧ
5.	Дата рождения	Число: 04; Месяц: 10; Год: 2002
6.	Регион *(пр: Томская обл., Алтайский край)*	Алтайский край
7.	Вид муниципального образования *(пр: село, город, пгт, деревня)*	город
8.	Населенный пункт *(пр: Томск, Кемерово, Асино)*	Рубцовск
9.	Полное наименование образовательного учреждения, в котором Вы обучаетесь	МБОУ Гимназия № 11

Даю согласие на обработку моих персональных данных и информирование меня посредством sms и e–mail о моих результатах и всех дальнейших мероприятиях, связанных с олимпиадой

Личная подпись Сам

10.	Контактный телефон	89130879655
11.	e- mail	samoya@ya.ru
12.	Профиль в вк	https://vk.com/
13.	**Документ, удостоверяющий личность**	серия: 0116; номер: 275286; кем и когда выдан: отдел УФМС России по Алтайскому краю и Республике Алтай в г. Рубцовске; кем и когда выдан: 27.10.2016
14.	Из числа лиц с ограниченными возможностями по здоровью (инвалид) (**да/нет**)	нет
15.	Сирота (**да/нет**)	нет
16.	Победитель или призер олимпиады прошлого года (**да/нет**)	да

) для
бы

Шифр 020118

1	2	3	4	5	Σ
4	5	7	0	0	16

1) $(x-y)^2+(y-2\sqrt{x}+2)^2=\frac{1}{2}$.

Расмотрим левую часть:

Ещё

$(x-y)^2+(y-2\sqrt{x}+2)^2 = x^2-2xy+y^2+\cancel{y^2+4y}\ y^2+4y+4$ 4

$+4x-4y\sqrt{x}-8\sqrt{x} = x^2+\underline{4x}+\underline{\underline{4}}+2y^2+\underline{4y}-\underline{2xy}-\underline{\underline{4y\sqrt{x}}}-$

$-\underline{\underline{8\sqrt{x}}} = 2x(2-y)+4y(1-\sqrt{x})+8(1-\sqrt{x})-4+x^2+2y^2=$

$=2x(2-y)+(4y+8)(1-\sqrt{x})+\underline{2y^2-8}+4+x^2=$

$=2(y-2)(y+2)-2x(y-2)+4(y+2)(1-\sqrt{x})+x^2+4.=\frac{1}{2}$

Если $y=\pm 2$, то $x^2+4=\frac{1}{2}$

$x\in\varnothing$.

Если $x=1$, то $2(y^2-4)-2(y-2)+5=\frac{1}{2}$.

Неясно, почему рассматриваются только эти сомножители? — ведь в правой части $\frac{1}{2}$

$2y^2-2y-8+4+5=\frac{1}{2}$

$2y^2-2y+1/2=0 \quad |\times 2$

$4y^2-4y+1=0$

$(2y-1)^2=0$

$y=0,5.$

$(y+2)(2y-4\sqrt{x})+(x+2)^2-2xy=\frac{1}{2}$.

При $x=-2$, нет решений, т.к $\sqrt{-2}$ не сущест.

~~При~~ $\cancel{y=2\sqrt{x}}$, $\cancel{(x+2)^2-2x\cdot 2\sqrt{x}}=\frac{1}{2}$.

$\cancel{x^2+4x+4-4x\sqrt{x}}=\frac{1}{2}$.

Ответ: $x=1$
$y=0,5$.

Место для скобы

Шифр 020118

Открытая региональная межвузовская олимпиада вузов Томской области (ОРМО)

Общий балл	Дата	Ф.И.О. членов жюри	Подписи членов жюри
16		Емельянова	Ем

3) $2019\cdot\sqrt[3]{3{,}5x-2{,}5}+2018\cdot\log_2(3x-1)+m=2020$

$x\in[1;3]$; m - ?

$2019\cdot\sqrt[3]{3{,}5x-2{,}5}+2018\cdot\log_2(3x-1)+m-2020=0.$

Введем функцию $f(x)=2019\cdot\sqrt[3]{3{,}5x-2{,}5}+2018\cdot\log_2(3x-1)+m-2020$

Перефразируем вопрос задачи: найти все m, при которых $y=f(x)$ пересекает $y=0$ при $x\in[1;3]$.

О.Д.З: $x>\frac{1}{3}$ т.к $y=3{,}5x-2{,}5$ - возрастающ. функция

$y=3x-1$ - возрастающая функция

$f(t)=\log_2 t$ - возрастающая функция

$g(t)=\sqrt[3]{t}$ - возрастающая функция

то $\left.\begin{matrix} y=2019\cdot\sqrt[3]{3{,}5x-2{,}5} \\ y=2018\cdot\log_2(3x-1)\end{matrix}\right| \Rightarrow$ возрастающие функции.

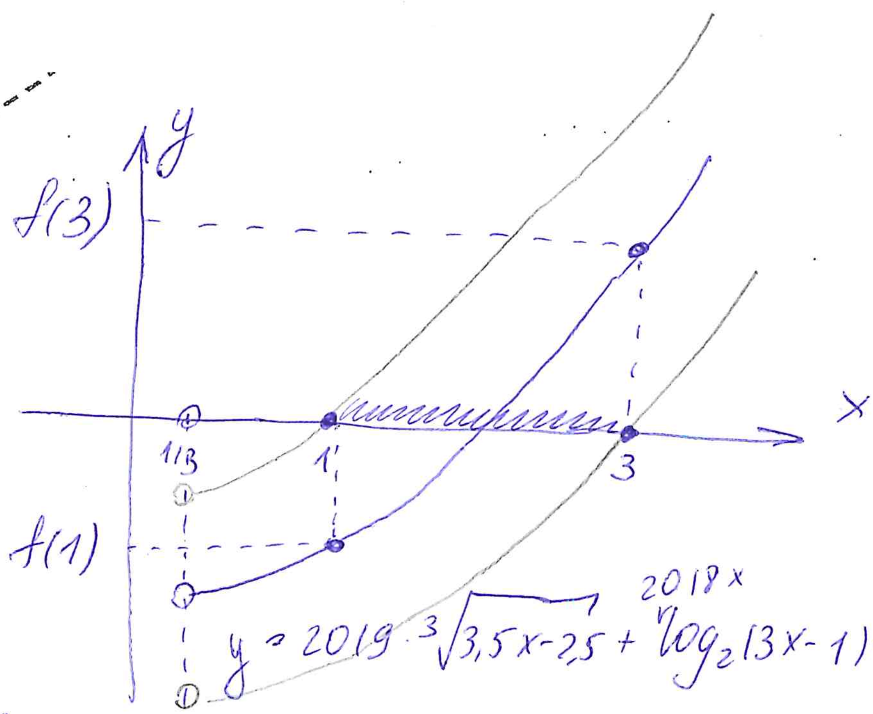
Сумма возрастающих функций - возрастающая функция $\Rightarrow y=2019\cdot\sqrt[3]{3{,}5x-2{,}5}+$ ~~[illegible]~~ $+\log_2(3x-1)+m-2020$ - возрастающая функция.

Схематично изобразим графики функций:

(Параметр m смещает график функции f(x) на m ед.отр вверх, если $m\geq0$ и вниз на m ед.отр, если $m<0$ вдоль оси Ординат).

для
бы

Шифр 020118



$y = 2019 \cdot \sqrt[3]{3{,}5x - 2{,}5} + 2018^x \log_2(3x-1) + m - 2020$

$f(1) = 2019 + 2018 + m - 2020 = m + 2017.$

$f(3) = 2019 \cdot 3 + 2018 \cdot 3 + m - 2020 = 10091 + m$

Если $f(1) > 0$ или $f(3) < 0$, то $f(x)$ не пересекает $y = 0$, что нам не подходит

Из графика следует: $\begin{cases} f(1) \leq 0 \\ f(3) \geq 0 \end{cases} \Rightarrow$

$\begin{cases} m \leq -2017 \\ m \geq -10091 \end{cases} \Rightarrow m \in [-10091; -2017].$

Ответ: $m \in [-10091; -2017]$.

2) Пусть V_1 - скорость пешком, V_2 - скорость велосипеда, V_3 - скорость машины. Во всех 3 случаях V_1; V_2, V_3 - постоянны.

Следовательно: $V_1 = \frac{2}{t_1} = \frac{5}{t_1'}$ (t_1 - время, за которое проходит 2 км пешком, t_1' - время, за которое проходит 5 км пешком).

$V_2 = \frac{3}{t_2} = \frac{8}{t_2'}$ (t_2 - время, за которое ~~проходит~~ проезжает 3 км велосипед; t_2' - время, за которое проезжает 8 км велосипед)

$V_3 = \frac{20}{t_3} = \frac{30}{t_3'}$ (t_3 - время, за которое проезжает 20 км машина, t_3' - 30 км машина)

$t_1' = \frac{5}{2} t_1$; $t_2' = \frac{8}{3} t_2$; $t_3' = \frac{3}{2} t_3$ (1)

По условию: $\begin{cases} t_1 + t_2 + t_3 = 1{,}1 \\ t_1' + t_2' + t_3' = 2{,}4 \end{cases}$ (2) +

…для
…бы

Шифр 020118

Подставляем (1) в (2):

$$\begin{cases} \frac{5}{2}t_1 + \frac{8}{3}t_2 + \frac{3}{2}t_3 = 2{,}4 & \mid \times 6 \\ t_1 + t_2 + t_3 = 1{,}1 & \mid \times 15 \end{cases}$$

$$-\begin{cases} 15t_1 + 16t_2 + 9t_3 = 14{,}4 \\ 15t_1 + 15t_2 + 15t_3 = 16{,}5 \end{cases}$$

$$6t_3 - t_2 = 2{,}1 \quad (3) \Longrightarrow 12t_3 - 2t_2 = 4{,}2.$$

$$-\begin{cases} 15t_1 + 16t_2 + 9t_3 = 14{,}4 \\ 16t_1 + 16t_2 + 16t_3 = 17{,}6 \end{cases}$$

$$t_1 + 7t_3 = 3{,}2 \quad (4)$$

$$\begin{cases} 15t_1 + 16t_2 + 9t_3 = 14{,}4 \\ 9t_1 + 9t_2 + 9t_3 = 9{,}9 \end{cases}$$

$$6t_1 + 7t_2 = 4{,}5 \quad (5)$$

Время, за которое пройдет 4км пешком, 5км на велосипеде, 80 км на машине – x ч.

4км пешком он пройдет за $2t_1$

5км на велосипеде он пройдет за $\frac{5}{3}t_2$

80км на машине он пройдет за $4t_3$

Следовательно: $2t_1 + \frac{5}{3}t_2 + 4t_3 = x \quad \mid \times 3$

$$6t_1 + 5t_2 + 12t_3 = 3x.$$

При сложении (3) и (5) получаем:

$$6t_1 + 5t_2 + 12t_3 = 9{,}7$$

Значит, $3x = 9{,}7 \Longrightarrow x = 3\frac{7}{30}$ ч или

3 часа 14 минут.

Ответ: 3 часа 14 минут.

о для
бы

Шифр 20118

4) $\left.\begin{array}{l} 1-a<0 \\ 1-b<0 \\ 1-c<0 \end{array}\right| \Longrightarrow (1-a)(1-b)(1-c)<0.$

$\frac{1}{2} \leq a+b+c<3$

$\frac{1}{4} \leq a^2+b^2+c^2 \cancel{a} +2(ab+bc+ac)<9$

$(1-a)(1-b)(1-c)=1+ab+ac+bc-abc-(a+b+c)$