

ТКРЫТАЯ РЕГИОНАЛЬНАЯ МЕЖВУЗОВСКАЯ ОЛИМПИАДА «ОРМО»
 ТИТУЛЬНЫЙ ЛИСТ
 заключительного этапа

07438

Шифр

лет	Математика																				
нт	1																				
	10 и																				
тия	С	А	М	О	Р	У	К	О	В												
	Г	Е	Н	Н	А	И	Й														
тво	П	А	В	Л	О	В	И	Ч													
ождения	0	8			0	3			2	0	0	6									
	Число						Месяц		Год												
а	РФ																				
1 (пр: Томская обл., инградская область)	Новосибирская область																				
ниципального образования (деревня, село, город)	Город																				
нный пункт (пр: Томск, ово, Псков)	Карасук																				
е наименование вательного учреждения, ром Вы обучаетесь в е время	МБОУ Технический лицей ^{№176} Карасукского района Новосибирской области																				

согласие на обработку моих персональных данных и информирование меня посредством sms и e-mail
 в результатах и всех дальнейших мероприятиях, связанных с олимпиадой

Личная подпись 

1/2/3/4/5
4/5/5/0

Шифр

07438

Открытая региональная межвузовская олимпиада вузов Томской области (ОРМО)

Общий балл	Дата	Ф.И.О. членов жюри	Подписи членов жюри
145	30.03.23	Генерина	

24

Теорема Виета:

$$x_1 \cdot x_2 = c \quad \left| \quad \begin{array}{l} x_1 \cdot x_2 = -\frac{1}{2p^2} \\ x_1 + x_2 = -p \end{array} \right.$$

$$x_1 + x_2 = -b \quad \left| \quad \begin{array}{l} x_1 \cdot x_2 = -\frac{1}{2p^2} \\ x_1 + x_2 = -p \end{array} \right.$$

$$x_1^4 + x_2^4 = (x_1^2 + x_2^2)^2 - 2(x_1 \cdot x_2)^2 = ((x_1 + x_2)^2 - 2x_1 x_2)^2 - 2(x_1 x_2)^2$$

$$\left((-p)^2 + 2 \cdot \frac{1}{2p^2} \right)^2 - 2 \left(-\frac{1}{2p^2} \right)^2 = \left(p^2 + \frac{1}{p^2} \right)^2 - \frac{1}{2p^4} = p^4 + \frac{1}{2p^4} + 2$$

$$p^4 + \frac{1}{2p^4} + 2 \geq 2 + \sqrt{2}$$

$$p^4 + \frac{1}{2p^4} \geq \sqrt{2}$$

50

Неравенство Коши: $a+b \geq 2\sqrt{ab}$

$$p^4 + \frac{1}{2p^4} \geq 2\sqrt{p^4 \cdot \frac{1}{2p^4}}$$

$$p^4 + \frac{1}{2p^4} \geq 2 \cdot \frac{1}{\sqrt{2}}$$

$$p^4 + \frac{1}{2p^4} \geq \sqrt{2} \Rightarrow p^4 + \frac{1}{2p^4} + 2 \geq 2 + \sqrt{2}$$

23

$$\frac{a+b-c}{2c} + \frac{b+c-a}{2a} + \frac{a+c-b}{2b} = \frac{a}{2c} + \frac{b}{2c} - \frac{1}{2} + \frac{b}{2a} + \frac{c}{2a} - \frac{1}{2} + \frac{a}{2b} + \frac{c}{2b} - \frac{1}{2} =$$

$$= \frac{1}{2} \left(\frac{a}{c} + \frac{b}{c} - 1 + \frac{b}{a} + \frac{c}{a} - 1 + \frac{a}{b} + \frac{c}{b} - 1 \right) = \frac{1}{2} \left(\left(\frac{a}{c} + \frac{c}{a} \right) + \left(\frac{b}{c} + \frac{c}{b} \right) + \left(\frac{a}{b} + \frac{b}{a} \right) - 3 \right) \geq$$

$$\geq \frac{1}{2} (2 + 2 + 2 - 3) = \frac{3}{2}$$

Итак пока: $\frac{a}{c} + \frac{c}{a} \geq 2$; $\frac{b}{c} + \frac{c}{b} \geq 2$; $\frac{a}{b} + \frac{b}{a} \geq 2$

21

$$y^2(y-x+3) - y(x+y) + 5x+7=0$$

58

$$y^3 - x y^2 + 2 y^2 - y x - 4 y + 5 x + 7 = 0$$

$$y^3 + 2 y^2 - 4 y + 7 = x y^2 + y x - 5 x$$

$$\frac{y^3 + 2 y^2 - 4 y + 7}{x} = y^2 + y - 5$$

$$x = \frac{y^3 + 2 y^2 - 4 y + 7}{y^2 + y - 5}$$

$$\begin{array}{r} y^3 + 2 y^2 - 4 y + 7 \quad | \quad y^2 + y - 5 \\ \underline{y^3 + y^2 - 5 y} \\ y^2 + y + 7 \\ \underline{y^2 + y - 5} \\ 12 \end{array}$$

$$12 : (y^2 + y - 5) \Rightarrow y^2 + y - 5 = \pm 1; \pm 2; \pm 3; \pm 4; \pm 6; \pm 12$$

$$y^2 + y - 5 = k$$

$$y^2 + y - (5 + k) = 0$$

$$D = 21 + 4k$$

Для k кроме 1 и -3, не имеют целых корней

Для $k = 1$:

$$D = 21 + 4 = 25$$

$$y = 3$$

$$y = -2$$

Для $k = -3$

$$D = 21 - 12 = 9$$

$$y = 2$$

$$y = -1$$

Для $y = 3$:

$$x = \frac{y^3 + 2y^2 - 9y + 7}{y^2 + y - 5} = (y+1) + \frac{12}{y^2 + y - 5} = 9 + \frac{12}{3 \cdot 5} = \frac{20}{3} \text{ - не подходит}$$

При $y = -2$:

$$x = -1 + \frac{12}{9 + 2 - 5} = -5$$

При $y = 2$:

$$x = 3 + \frac{12}{9 + 2 - 5} = 15$$

При $y = -1$:

$$x = \frac{12}{1 - 1 - 5} = \frac{12}{-5} \text{ - не подходит}$$

не все варианты

Ответ: $(-5; -2); (15; 2)$